



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Problemlösningssuppgifter i matematik- läroböcker i årskurs 5: Resonemang som krävs.

Robin Benjaminsson

Självständigt arbete L6XA1A

Examinator: [Fylls i när slutgiltig version lämnas in efter ventileringsseminariet]

Rapportnummer: HT18-2930-054-L6XA1A

Sammanfattning

Titel: Problemlösningssuppgifter i matematikläroböcker i Årskurs 5: Resonemang som krävs.
Problem solving tasks in textbooks for mathematics in the fifth grade: Required reasoning.

Författare: Robin Benjaminsson

Typ av arbete: Examensarbete på avancerad nivå (15 hp)

Examinator: Florenda Gallos Cronberg

Rapportnummer: HT18-2930-054-L6XA1A

Nyckelord: Matematik, läromedel, läroböcker, problem, problemlösning, resonemang, problemuppgift

Följande examensarbete syftar till att undersöka huruvida läroböckers problemlösningssuppgifter i årskurs 5 lever upp till de möjliga förväntningar som forskning ställer på dem i form av vilka resonemangstyper som går att tillämpa. I studien undersöks två aktuella läroböckers problemlösningssuppgifter utifrån vilka resonemang som de kräver och går att lösa med. Utifrån Lithners (2007) ramverk som behandlar kreativa och imitativa resonemang, har en analys genomförts med syfte att tematisera uppgifter utifrån vilket resonemang som krävs för att lösa dem. Studiens metod innebär ett kvalitativt tillvägagångssätt varvid en tolkning av uppgifternas karaktär gjorts utifrån ett analyschema.

Det framkommer av resultatet att en majoritet av studiens förekommande problemlösningssuppgifter är möjliga att lösa med imitativa resonemang. Det innebär att tidigare uppgifters lösningar, samt de lösningsförslag som ges i boken anses tillräckliga för att lösa läroböckernas problem. Detta kan i sin tur innebära att fokus läggs på utantillärande och att problemlösningsskompetensen inte utvecklas optimalt. Detta verkar oförenligt med forskning inom studieområdet, varvid kreativa resonemang är det som bör eftersträvas vid arbete med problemlösningssuppgifter.

Innehållsförteckning

| | |
|--|----|
| Innehåll..... | ii |
| 1. Inledning..... | 1 |
| 2. Syfte och frågeställningar..... | 2 |
| 3. Teoretiskt ramverk | 1 |
| 3.1 Styrdokument | 1 |
| 3.2 Problemlösningens roll..... | 1 |
| 3.3 Problemuppgift – beteckning och förekomst | 2 |
| 3.4 Problemlösningssprocessen och kompetenser för problemlösning | 3 |
| 3.5 Elevuppfattningar kring matematik och problem..... | 4 |
| 3.6 Lithners ramverk om kreativa och imitativa resonemang | 4 |
| 3.6.1 Resonemangsekvensen..... | 4 |
| 3.6.2 Kreativt resonemang..... | 5 |
| 3.6.3 Imitativt resonemang (Memorerat och Algoritmiskt) | 5 |
| 4. Metod | 6 |
| 4.1 Kvalitativ metod..... | 6 |
| 4.2 Pilotstudie..... | 7 |
| 4.3 Urval..... | 8 |
| 4.4 Datainsamling och genomförande..... | 9 |
| 4.5 Analysmetod..... | 9 |
| 4.6 Etiska överväganden..... | 10 |
| 4.7 Validitet och reliabilitet..... | 11 |
| 5. Resultat och analys..... | 12 |
| 5.1 Koll på matematik – 5A | 12 |
| 5.2 Matte direkt: Borgen 5A..... | 14 |
| 5.3 Avslutande tankar kring resultat och analys | 17 |
| 6. Diskussion | 19 |
| 6.1 Vidare forskning..... | 22 |
| Referenser..... | 23 |

1. Inledning

Läroboken i matematikämnet är bevisligen en central del för undervisning både nationellt och internationellt. Ett flertal studier inom området betonar läromedels betydande och kompletterande roll för såväl lärare som elev, till den milda grad att somliga elevers föreställning kring matematikämnet anses baseras på enbart läromedlet (Brehmer, Ryve & Steenbrugge, 2016; Fan & Zhu, 2007). Grevholm (2014) menar att detta beskrivna fenomen uppfattas som särskilt stort i skandinaviska länder. Dessutom beskriver hon ett förekommande förhållningsätt från lärare som ser läromedel som en garanterad väg till relevanta och nödvändiga färdigheter för matematik. Även Jablonka och Johansson (2010) menar att det förekommer ett omfattande användande av läromedel i svensk skola. Vidare förklarar de att dessa läromedel för svensk skola är kommersiellt producerade och att det bedrivs en öppen marknad där skolverksamheten eller enskilda lärare står ansvariga för valet av läromedel. Det innebär således att det inte finns någon formell utvärdering på en statlig nivå för de läromedel som släpps, till skillnad från tidigare då funnits en statlig kontroll. Det innebär för gemene lärare att vara väl insatt i de medel som används för undervisning för att åstadkomma det syfte som är tänkt med undervisningen.

I denna studie riktas fokus mot problemlösning inom läroböcker då problemlösning inom matematik betonas åtskilligt genom styrdokumentet. Det beskrivs som ett omfattande område vars fält bland annat sträcker sig mot begreppsligt kunnande, användning och tillämpning av metoder eller olika typer av uttrycksformer (Skolverket, 2017). Det behandlas i kursplanen (Skolverket, 2018) under matematikämnets syfte, som en egen förmåga, i centralt innehåll såväl som ett kunskapskrav i samtliga av grundskolans årskurser. Vidare beskriver Liljedahl (2016) problemlösningens betydande roll för matematikundervisning internationellt och ett länge aktuellt intresse vad gäller forskning kring området.

Mot bakgrund av lärobokens och problemlösningens ansevärda roll yrkar den här studien på att undersöka det som dessa för med sig gemensamt, problemlösningssuppgifter. En läroboks problemlösning består allt som oftast av problemlösningssuppgifter som är tänkta att lösas utifrån lärobokens kontext, varvid dessa är återkommande för de läroböcker som denna studie berör. Det beskrivs även ett ökat internationellt intresse vad gäller forskning kring läroböcker och dess representation av problemlösningssuppgifter (Fan & Zhu, 2007), där studier av bland annat Lithner (2004) och Brehmer et al. (2016) beskriver att majoriteten av problem i läromedel går att lösa genom att tillämpa lösningsförslag eller lösningar från andra förekommande uppgifters lösningar i de berörda böckerna.

2. Syfte och frågeställning

Mitt examensarbete strävar till att skapa förståelse för problemlösning i aktuella läroböcker för årskurs 5 genom att undersöka problemlösningssuppgifternas karaktär. Det innebär att de läroböcker som undersöks i samband med studien, sätts i andrahand, och att fokus på problemlösningssuppgifter sätts i förstahand.

Detta syfte mynnar ut i följande forskningsfråga som jag i examensarbetet eftersträvar att undersöka:

Finns en samstämmighet för läroböckers problemlösningssuppgifter inom matematik för årskurs 5 och de möjliga förväntningar som forskning ställer på dem i form av vilka resonemangstyper som är möjliga att tillämpa?

3. Teoretiskt ramverk

3.1 Styrdokument

Problemlösning återfinns i samtliga delar av kursplanen för matematik. I ämnets syfte, ämnets förmågor, centralt innehåll och kunskapskraven.

I kommentarmaterialet (Skolverket, 2017) för matematik görs anspråk på att problemlösning är ett huvudsakligt syfte med själva matematikundervisningen. Det motiveras i att kursplanen har en tydlig inriktning mot problemlösning för att det är en central del i matematisk verksamhet. Det beskrivs dessutom att problemlösning omfattar många delar av matematiken såsom begrepp, metoder, uttrycksformer, att resonera matematiskt och att själva matematikundervisning bör vara en kreativ och problemlösande verksamhet. Problemlösning uppfattas som omfattande och generell vad gäller styrdokument, men trots det finns specifika delar som berör problemlösning.

Problemlösning i kursplanen för matematik återfinns som beskrivet i samtliga delar, såsom i syfte, förmågor, centralt innehåll och kunskapskrav, det genomsyrar kursplanen från årskurs 1 t.o.m. 9. Då denna studie inriktas på problemlösning och läroböcker för årskurs 4-6 kommer enbart dessa beskrivas nedan.

I syftesbeskrivningen för matematik (Skolverket, 2018, s. 54) beskrivs problemlösningssamrådet att ”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat”. Den förmåga som hänvisar till problemlösning (Skolverket, 2018, s. 55) omfattar att eleven ska utveckla en förmåga att ”formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder”. Vid centralt innehåll som berör problemlösning behandlar ”Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer” och ”Matematisk formulering av frågeställningar utifrån vardagliga situationer”. Slutligen är det specifika målet för problemlösning i kursplanen för årskurs 6 (Skolverket, 2018, s. 60-61) att eleven förväntas kunna lösa ”enkla problem i elevnära situationer på ett fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med anpassning till problemets karaktär. Eleven beskriver tillvägagångssätt på ett fungerande sätt och för underbyggda resonemang om resultatens rimlighet i förhållande till problemsituationen samt kan ge förslag på alternativt tillvägagångssätt.”

Styrdokumentet och då kunskapskraven förnämligast, ger upphov till att eleven förvärvat kunskaper som berör förståelse av själva problemlösningssprocessen men även till alternativa tillvägagångssätt. Det finns dessutom en betoning i att utveckla, reflektera och värdera strategier och metoder samt dess tillämpning vid problem. Att dessutom själva problemen är en fundamental del av problemlösning är svårt att undkomma. I det här avseendet pekar styrdokumentet på att matematiska problem innebär situationer och uppgifter där tillvägagångssättet är okänt för individen och något som skiljer sig rent av från rutinuppgifter (Skolverket, 2017).

3.2 Problemlösningens roll

Sedan problemlösning blivit en central del i svensk kursplan för matematik har området haft ett skiftande fokus. Det beskrivs av Taflin (2007) som hänvisar till forskning av Wyndhamn som att problemlösningens roll till en början uppfattades som ett sorts ändamål att tillämpa matematikfärdigheter i, som en slutprodukt där matematikfärdigheter testades i ett mer utmanande format. Därefter var syftet med problemlösning att undervisa om problemlösning som om det vore en metod, där strategier och tillvägagångssätt blev centrala. Slutligen beskriver hon att problemlösning numera betonas som något att lära sig matematik igenom, där problemlösning blir vägen till förståelse för matematik. Problemlösning har således haft ett skiftande perspektiv vad gäller dess huvudsakliga syfte, där matematikundervisningens tänkta syfte har gått från att vara *för*

problemlösning, till *om* problemlösning och slutligen *via* problemlösning. Taflin påpekar användbarheten kring samtliga och menar att de kompletterar varandra, och därav inte bör ses som motstridiga.

En utgångspunkt att ta i beaktning vad gäller dessa olika perspektiv att se på problemlösning berör som Nunokawa (2005) och Lester (2013) konstaterar, syftet med undervisningen. De betonar lärarens roll i det hela och att denna bör vara medveten om vad eleven förväntas lära sig genom problemlösningssituationer och därigenom välja problemlösningssituation, problem och ingång med omsorg. Lester (2013) menar likt Taflin (2007) att vare sig matematikundervisning tillämpas *via* eller *för* problemlösning, bör de ses som självklara tillvägagångssätt för undervisning.

3.3 Problemuppgift – beteckning och förekomst

Lester (2013) menar att forskning om problemlösning har haft en del distinkta riktningar vad gäller bakgrund och tradition men att det samtidigt finns en tydlig länkning traditionerna sinsemellan; själva definitionen av en problemuppgift. Kort sammanslaget definieras det som en uppgift som en individ har som mål att lösa, men inte på förhand kan lösa. Det beskrivs huvudsakligen som att ett problem består av två beståndsdelar, målet för individen, och att lösningen dit inte är given. Det som sammanfattas av Lester (2013) går även i linje med Schoenfelds (1985) definition för ett problem, en uppgift som är svår för individen som löser den. Schoenfeld påpekar dessutom en problematik kring att definiera vad ett problem är, då problemlösning bör uppfattas relativt. Uppgifter som är kognitivt utmanande för en elev, är inte nödvändigtvis det för en annan, och det går därför inte att bestämma att en uppgift utgör ett problem. Istället är det relationen mellan en individ och en uppgift det som utnämner ifall det är ett problem eller ej. Därtill menar han att svårighetsgraden av problem inte bör avse själva beräkningen av talet, utan istället vägen till lösningen. Det är även denna definition av Schoenfeld (1985) som det teoretiska ramverket har sin grund och som denna studie förankras i (Lithner, 2007).

En ytterligare aspekt i ovanstående diskussion beskrivs av Lester (2013) som menar att en del verksamma lärare tenderar att förhålla sig till problemlösning där de koncept och färdigheter som behövs för att lösa ett problem, introduceras, utvecklas och övas på innan själva problemet introduceras. Detta förhållningssätt utvecklar således ingen ny kunskap i problemlösningsprocessen utan handlar om att applicera inlärd procedur för att komma fram till ett svar. Han förklarar att många läromedel förhåller sig liknande till problemlösning där det snarare handlar om att tillämpa en redan känd lösning för att lösa ett problem, och faktorer såsom strategival, identifiering, verifiering et cetera går förlorade som i själva verket är väsentliga för problemlösning. Lester menar att det är ett naivt, men förekommande perspektiv där problemlösaren får tillämpa redan kända procedurer för att lösa problem.

Jablonka och Johansson (2010) beskriver en studie av Lithner (2004) där han undersökt olika läroböcker efter likheter i uppgifterna sinsemellan. Av detta kom han fram till att det är teoretiskt möjligt att lösa upp till 70 % av alla uppgifter som ges i läroböcker med hjälp av att tillämpa lösningar från föregående uppgifter. Dessa uppgifter klassificerades därefter som baserade på imitativt resonemang. Det baserades på att identifiera likheter uppgifter emellan. Ett annat utfall i uppgiftslösandet som benämns som kvalitativt annorlunda klassificerades som rimlighetsresonemang (plausible reasoning). Dessa resonemangstyper benämns i denna studie som imitativt- respektive kreativt resonemang och genomsyrar studien. Även en studie av Brehmer et al. (2016) visar på ett liknande resultat men utifrån läroböcker på en gymnasial nivå där majoriteten av uppgifter ej ansågs som tillräckliga för att klassas som problemlösningssuppgifter.

3.4 Problemlösningsprocessen och kompetenser för problemlösning

Vad problemlösning egentligen innebär kan beskrivas genom att synliggöra själva problemlösningsprocessen. En ofta nämnd forskare i det här avseendet är Polya (1990) som beskriver problemlösningsprocessen bestående av fyra faser:

1. Förstå problemet. Det behövs en tydlig bild av vad som krävs för att lösa problemet. En relevant frågeställning enligt Polya för den här fasen är "What is the unknown?".
2. Göra upp en plan. Undersöka vilka kopplingar det finns inom problemet, hur det okända (unknown) förhåller sig till den information som uppgiften i sig ger. Detta görs för att hitta en lämplig strategi eller lösningsmetod.
3. Genomförande av den plan som skapas under fas 2.
4. Utvärdering av lösning, svar och den plan som användes. Det handlar om att se tillbaka på processen och utvärdera samt diskutera den.

Han är noggrann med att påpeka att alla faser för problemlösningsprocessen är väsentliga och att det snarare stjälper än hjälper ifall något steg bortses ifrån.

Vad problemlösning i praktiken innebär kan beskrivas utifrån det ramverk som Schoenfeld (1985) upprättat. Med ramverket är målet att kunna beskriva vad uppgiftslösare gör och vad de vet då de arbetar med problem, dvs vad som sker i problemlösningsprocessen, men främst vilka kompetenser som är relevanta att undersöka vid problemlösning. Schoenfeld beskriver fyra olika kompetenser som kallas resurser, heuristik, kontroll och tro. Dessa fyra kompetenser fungerar parallellt vid en problemlösningssituation och är alla nödvändiga för en problemlösare.

Resurser innebär den matematiska kunskap som erhålls av individen, som kan användas för att angripa ett problem. Dessa kan ses som verktyg som individen har att tillgå och består av fakta, procedurer och färdigheter inom området.

Heuristik beskrivs som tumregler för problemlösning som kan innefatta förslag och strategier för att hjälpa individen att förmå sig förstå ett problem eller till att göra framsteg mot en lösning. Det inkluderar strategier såsom att rita figurer, arbeta baklänges, nyttja relaterade problems lösningar, formulera om problem et cetera. Heuristik berör dock inte hur och när strategier kan användas men däremot hur resurser kan tänkas användas.

Kontroll beskrivs som hur individen kan använda sig av den information som finns till förfogande. Det avser val och implementering av resurser och heuristik. Det innebär hur individen planerar, utformar mål och delmål, övervakar, bedömer och utvärderar. Det kan uppfattas som hur effektivt individen kan använda resurser och heuristik för att komma fram till en lösning.

Tro inbegriper en individs matematiska uppfattning och syn på matematik, som i sin tur kan tänkas påverka hur den tar sig an ett problem. Det kan innebära vad individen väljer att göra och vad den väljer att undvika, hur mycket arbete individen kan tänkas lägga ner på ett problem eller hur fort den ger upp. Tro är den grund där resurser, heuristik och kontroll kan operera ifrån och bygger på den föreställning som individen har kring matematik.

En relevant koppling till dessa kompetenser görs av Lithner (2004) där han beskriver vilka konsekvenser dessa kompetenser kan få beroende på vilka resonemangstyper som tillämpas vid uppgiftslösning. Det beskriver sambandet mellan de resonemang som förs, och hur problemlösningens förmågan kan tänkas utvecklas sett utifrån dessa kompetenser. Han menar att resonemangstypen som är av en imitativ art utvecklar resurskompetensen på en enbart ytlig nivå. Det innebär att individen syftar till att komma ihåg lösningar istället för att förstå dem på djupet. Vid kreativa resonemang skapas och förväntas en förståelse för de resurser som används. Han menar vidare att den heuristik som utvecklas vid imitativa resonemang efterliknar strategin att söka efter en liknande situation. I fall där ett kreativt resonemang krävs blir det mer effektivt att använda flertalet olika heuristiker. Kontrollkompetensen tillämpas i olika grader beroende på vilken typ av imitativt resonemang men kräver ingen aktiv kontroll som det behövs vid kreativa resonemang för att lösa uppgifter. Kompetensen som innefattar individens tro på

matematik går inte riktigt att tillämpa kring en enskild uppgift eller ett resonemang, utan handlar istället om att imitativa resonemang kan tänkas främja felaktiga föreställningar kring att matematik handlar om att memorera och härma redan tidigare kända resonemang. Det kan påverka individens syn på matematik och därefter förändra problemlösningens beteendet.

Lithner (2004) menar att uppgifter som enbart kräver resonemang av den imitativa arten inte ger tillräcklig övning kring någon av de fyra nämnda kompetenserna. Vid imitativa resonemang berörs enbart ett ihågkommande av tidigare och relaterade lösningar till ett problem, och den anledning som finns för att inkludera uppgifter vars lösning är given i ett annat exempel handlar ofta om ett inövande eller utvecklande av en specifik resurs.

3.5 Elevuppfattningar kring matematik och problem

Med anspelning till tidigare nämnd forskning är elevuppfattningar kring matematik både intressant och relevant att notera. Schoenfeld (1994) beskriver typiska elevuppfattningar om matematik som för problemlösning kan ses som betydelsefulla. Han beskriver att typiska vanföreställningar kring ämnet bland annat kan innebära att det enbart finns en korrekt lösning för att lösa ett problem, att matematik handlar om att mekaniskt memorera matematik och att en matematisk förståelse inte förväntas av vanliga elever. Uppfattningarna berör även matematik som något som utförs i isolation från andra och att tid för att lösa problem inte ses som nödvändigt. Samtliga elevuppfattningar som beskrivs kan uppfattas som motsägelsefulla till vad matematik och i synnerhet problemlösning egentligen innebär. Det går att diskutera ursprungskällor till dessa nämnda uppfattningar men en trolig sådan berör elevens egna erfarenheter kring ämnet från undervisning.

3.6 Lithners ramverk om kreativa och imitativa resonemang

Lithner (2007) beskriver inledningsvis en problematik i skolan om att elever tillämpar ett tanke sätt som skildras som ett utantillärande. Detta sätt att tänka leder således till inlärningssvårigheter samt en motsatt effekt vad gäller att få elever till aktiva och effektiva problemlösare. Av att döma kring denna inledning handlar ramverket om att analysera vad som driver elever till ett så kallat utantillärande och att kunna beskriva källan samt konsekvensen av det. Det görs med hjälp av att karaktärisera olika resonemangsprocesser som i ramverket delas in i imitativt resonemang respektive kreativt resonemang, varvid den förstnämnda förespråkar utantillärandet. Dessa resonemangstyper ses som motpoler till varandra, där ett kreativt resonemang är det som eftersträvas vid uppgiftslösande och vid problemlösning då den i ett bredare spektrum kan relatera till problemlösningens processen och rikare inlärningsmöjligheter.

Ramverket kommer att användas för att se om matematikläroböckers problemlösningssuppgifter stimulerar ett kreativt eller imitativt tänkande. Då ramverket bygger på olika typer av resonemang kring att lösa uppgifter kan ramverket ses som relevant för att undersöka forskningsfrågan med en inriktning på problemlösning. Eftersom det inte går att avgöra om en uppgift utgör ett problem eller ej utan att vidta personliga erfarenheter bygger analysen på vilket resonemang som är möjligt att använda för att lösa en uppgift.

3.6.1 Resonemangssekvensen

Resonemangssekvensen är intressant att kolla på eftersom det ses specifikt i det här ramverk som produkten av en tankeprocess (Lithner, 2007) och att denna skiljer sig avsevärt beroende på vilken typ av resonemang det handlar om. Tankeprocessen i sin tur påverkas och begränsas av elevens kompetens kring området samt av den sociokulturella miljö varvid eleven befinner sig i. För att förklara resonemangets relevans ytterligare framställs det i ramverket som vägen till att skapa påståenden och att kunna dra slutsatser för att lösa uppgifter. En grundtanke med ramverket är enligt Lithner bland annat att förstå och kunna förklara själva källan till olika resonemangstyper. Själva resonemangssekvensen blir en central del för att beskriva ramverkets inverkan och konsekvens av olika resonemangstyper då en konsekvens av resonemangstypen kan bli att ett steg i resonemangssekvensen försummas.

Följaktligen beskrivs Lithners (2007) struktur för ett resonemang i fyra steg, vilket börjar i att uppgiftslösaren möter på en arbetsuppgift.

1. Uppgiftslösaren möter på en uppgift som betecknas som en problemsituation om det inte är uppenbart hur hen ska gå vidare.
2. Strategival görs om hur uppgiftslösaren ska gå vidare med uppgiften. Valet av strategi kan variera mellan olika typer av procedurer till metoder. Det stöds av ett förutsäggande argumenterande i klass med frågan: varför kommer den valda strategin kunna lösa uppgiften?
3. Strategin genomförs, och stöds i denna fas av ett verifierande argumenterande utifrån frågan: varför löste strategin uppgiften?
4. En slutsats uppnås/konstateras.

Resonemangssekvensen och därmed själva ramverket bygger på den problemlösningsprocess som skapats av Polya och ”förädlats” av Schoenfeld (Lithner, 2007). Den processen synliggörs i följande steg: läsa uppgiften, analysera, utforska, planera, implementera och slutligen verifiera. I ramverket görs en koppling utifrån tidigare nämnd resonemangssekvens till dessa olika faser, där Lithner föreslår att analys, utforska och planera främst bistås vid det förutsäggande argumentet vid steg två, och att implementeringen samt verifieringen bistås av det verifierande argumentet vid steg tre. Tillsammans utgör dessa problemlösningsprocessen och blir relevanta i utformningen av analyschema för att bestämma vilken resonemangstyp som krävs för olika problemlösningssuppgifter.

3.6.2 Kreativt resonemang

Tanken med det kreativa resonemanget är för uppgiftslösaren att föra matematiska resonemang. Lithner (2007) understryker att det inte handlar om rent strikta resonemang men istället rimliga, baserade på någon form av bevisföring i form av argument. För att ett resonemang ska erkännas som kreativt krävs följande kriterier:

1. En ny form av resonemangssekvens för uppgiftslösaren.
2. Det finns argument som berör rimlighet kring både strategival och dess implementering.
3. Argumenten som förs är förankrade i matematisk grund.

Han påpekar dessutom till kontexten att ett kreativt resonemang inte behöver vara utmanande, vilket problemlösning många gånger antas vara. För att summera kort följer imitativa resonemang en tidigare känd eller direkt väg men kreativa resonemang skapas under resonemangsprocessen. Kreativa resonemangs värde finns enligt honom i rimlighetsbedömningen kring resonemang medan i imitativa i auktoriteten av källan till informationen.

3.6.3 Imitativt resonemang (Memorerat och Algoritmiskt)

Vid ett imitativt resonemang beskrivs enligt Lithner två olika kategorier, memorat och algoritmiskt. Det memorerande resonemanget handlar om att svaret är helt och hållet memorerat och om utgångspunkten är den tidigare nämnda resonemangssekvensen innebär det att strategivalet består av att komma ihåg ett svar och strategigenomförandet består av att skriva ner svaret. Ifall dessa kriterier uppfylls, kräver uppgiften uttryckligen ett memorerat resonemang.

Den andra typen av imiterande resonemang definieras som algoritmiskt. Istället för att resonemangssekvensen ska bestå av att komma ihåg ett redan komplett svar, handlar detta resonemang om att komma ihåg en algoritm. Huvudsakligen överförs de svåra processerna från elevens ansvar till själva algoritmen, som i sin tur hanterar dessa och lämnar endast enkla procedurer bakom sig för eleven att ta hand om och leder till ett instrumentellt hanterande av uppgifter. Ett resonemang kan uppfattas som algoritmiskt imitativt ifall de uppfyller kriterier där strategivalet handlar om att komma ihåg en lösningsalgoritm och att de kvarvarande delarna som strategigenomförandet innebär är triviala för uppgiftslösaren.

Det algoritmiska resonemanget delas in i tre underkategorier beroende på varifrån och hur algoritmen imiteras. Varav två av dessa kategorier anses som relevanta för studien. En av dessa handlar om ett vägledande algoritmiskt resonemang, vilket innebär en form av extern vägledning från antingen en person, eller en textbaserad källa, alltså inte uppgiftslösaren själv. I denna analys berör det den textbaserade källan. För att ett resonemang ska kunna definieras som vägledande krävs det att följande kriterier uppnås (Lithner, 2007, s. 263):

1. Strategivalet handlar övergripande om att identifiera likheter mellan uppgiften som löses och en annan källa med en liknande situation, exempelvis en exempeluppgift med tillhörande lösning.
2. Att algoritmen implementeras utan att behöva verifiera sina argument, d.v.s. att uppgiftslösaren inte tillämpar steg tre i resonemangsekvensen.

Lithner poängterar vad gäller den här typen av resonemang, att trots att det har ett lågt logiskt resonemangsvärde, eftersom det saknas argument för att förklara vad som faktiskt görs, finns det ändå ett högt epistemologiskt värde då ett exempel ska ha funktionen att tillgodose en fungerande mall för lösaren (Lithner, 2007).

En annan form av algoritmiskt resonemang som anses relevant för studien är ett igenkännande resonemang. För att ett resonemang kan beskrivas som igenkännande krävs det att följande kriterier uppfylls (2007, s. 262):

1. Den bakomliggande orsaken för strategivalet bygger på en lösning från en tidigare löst uppgift. Det vill säga att strategin innebär att tillämpa en tidigare löst uppgifts strategi i en liknande kontext.
2. Lösningen från den tidigare lösta uppgiften genomförs.

Denna typ av resonemang baseras på att ett igenkännande innebär att lösaren applicerar erfarenheter från en tidigare löst uppgift, baserat på ytliga antaganden och igenkännande av uppgiftens art, på en ny uppgift med liknande drag. Det innebär att lösaren inte har behov att argumentera för sin sak så länge den korrekta lösningen blir identifierad utifrån en tidigare uppgift (Lithner, 2007).

4. Metod

Metodkapitlet är strukturerat som så att jag först ger en motivering kring mitt val av metod och vad det kommer innebära för min studie. Därefter beskrivs en tidigare gjord pilotstudie med syftet att testa metod. Det följs av en beskrivning av urval, genomförande och den analysprocess som kommer tillämpas för resultatet. Kapitlet avslutas med tankar kring etiska ställningstaganden, validitet och reliabilitet.

4.1 Kvalitativ och kvantitativ metod

Min huvudsakliga metod är inspirerad av en kvalitativ tematisk innehållsanalys. Enligt Bryman (2018) innebär kvalitativ forskning ett fokus på ord, att tolka och skapa förståelse vid insamling av data till skillnad från kvantitativ forskning då fokus ligger mer på siffror.

En kvalitativ studie för mitt syfte är relevant då jag undersöker hur problemlösning uppfattas utifrån det teoretiska ramverk jag bearbetar min data genom. Därav ligger ett fokus kring förståelse av hur individer uppfattar och tillämpar det innehåll i läroböcker som jag ämnar undersöka.

Det finns kvantitativa element i min metod som innefattar min insamling och uppställning av data. Det involverar min uppräknings av förekomst av problemlösningssuppgifter och berör främst datainsamlingen. Då datainsamlingen är av en kvantitativ karaktär för att räkna antal uppgifter och ange resonemangstyper i procent, består min tolkning av data av ett kvalitativt

förhållningsätt, där jag syftar till att skapa förståelse och sätta mig in i hur uppgifterna tolkas. Därav försätts det kvalitativa fokuset i studien i framkant.

En fördel med kvalitativ forskning såväl som den tematiska analysen beskrivs utifrån den flexibilitet som tillåts för metoden (Bryman, 2018; Braun & Clarke, 2013).

Kritik som förs mot kvalitativ forskning berör bland annat subjektivitet, som kan antas förekomma då resultat förmodligen bygger på en eller flera forskares uppfattning om vad som anses vara relevant (Bryman, 2018). Denna kritik är tillika aktuell för min analys då det bygger på mina uppfattningar kring dels mitt val av data och dels hur den kommer att tolkas. Det försvårar möjligen replikering av undersökningar då det som beskrivs utgår utifrån författarens perspektiv; vilket är ännu en nackdel för forskningsmetoden. Det riktas även kritik mot möjligheter att generalisera kvalitativt utförd forskning då det är svårt om inte omöjligt att skapa samma kontext som forskningen gjorts i (Bryman, 2018), då det ofta handlar om företeelser som hanterar människors sociala värld. I samband med det här beskrivs en benägenhet att skildra deskriptiva detaljer för kvalitativ forskning. Det innebär en beskrivning av detaljer som nödvändigtvis inte bör kännas relevanta för kvantitativ forskning, men är i kvalitativ forskning trots allt viktiga då det handlar om en än mer komplicerad kontext där människor och miljö samspelar (Bryman, 2018). Därmed utgår jag ifrån att hålla mig deskriptiv med vad jag gjort och även hur.

Braun och Clarke (2013) beskriver tematisk analys som en metod att identifiera, analysera och redogöra för mönster inom data. Metoden underlättar organisering och beskriver data i detalj i form av teman och inbegriper potential att tolka olika aspekter av forskningsämnet. Dessa teman bör enligt Bryman (2018) vara kopplat till forskningens fokus och kan identifieras genom två skilda perspektiv, induktivt eller deduktivt (Braun & Clarke, 2013). Den analys som görs för resultatet i den här studien är deduktivt inriktad och funktionerar parallellt med teorin.

4.2 Pilotstudie

Initialt gjordes en pilotstudie inom ramen av en kurs: *Lärarprofessionen och vetenskapligt arbete för lärare*. Pilotstudien var avsedd som en examinationsuppgift under kursens gång. Dess främsta avsikt var att undersöka metodutförande i en kvalitativ tematisk innehållsanalys, detta med en ambition att rekognosera hur metoden kan anpassas till mitt syfte och frågeställning.

Pilotstudien gjordes med samma utgångspunkt som detta examensarbete, att undersöka läroböcker för matematik och då specifikt problemlösningsaspekten. Studiens syfte avsåg att undersöka hur problemlösning introduceras och utvecklas beroende på årskurs. Studien gjordes på totalt 6 läroböcker av samma bokförlag för årskurserna 4 t.o.m. 6. Det huvudsakliga i studien var som beskrivit metodavsnittet, där jag använde mig av en tematisk innehållsanalys med ett induktivt perspektiv. Tanken var i det här fallet att gå in förutsättningslöst i läroböcker. Vid arbetets gång applicerades den tematiska processen som den beskrivs av Braun och Clarke (2013), som förtydligas under annat avsnitt i detta examensarbete. En reell skillnad var som beskrivit det induktiva perspektivet vilket avgjorde att mitt analyschema samt frågor var baserade på läsgenomgångar av min data, som sedan mynnade ut till teman samt delteman.

Själva utvärderingen av metoden berörde främst mitt val av ett induktivt perspektiv. Under pilotstudien kände jag att mitt sökande och skapande av teman saknade substans. Visserligen formades teman efter hand men eftersom problemlösning är ett så pass etablerat och samtidigt omfattande ämnesområde kände jag att en utgångspunkt i forskning i form av ett teoretiskt ramverk kunde fördjupa min analys och även främja min kategorisering i form av teman.

Ytterligare två reflexioner utifrån pilotstudien omfattade urval och ”tematiskt skapande”. Urvalet i pilotstudien var tämligen homogent då det byggde på ett förlags bokserie och hade i praktiken blivit mer reliabelt/valid med ett bredare urval. Det tematiska skapandet ansågs som problematiskt då mina teman förblev jämförelsevis lika mina frågor från analyschemat, något som Clarke och Braun (2018) menar är en vanlig förekommande försummelse.

I examensarbetet tar jag med mig en insikt av att tillämpa en deduktiv, teoribaserad tematisk analys dels för att stödja min tematisering och dels för att undvika denna fallgrop som beskrivits ovan.

4.3 Urval

Urvalsprocessen innebär att välja lämpliga läroböcker för ändamålet med studien. Det innebär att analysera läroböcker som kan ses som förhållandevis moderna i den mån att de är aktuella för undervisning i dagsläget samt förekommande i svenska skolor. Det medför att analysera läroböcker som är skapade efter 2011 med LGR 11 i åtanke. Utifrån en sonderingsprocess valdes bokserierna Koll på matematik (2015) och Matte Direkt Borgen (2012). Urvalet baserades på att de båda har en tydlig målsättning mot gällande styrdokument och en tydlig ståndpunkt gentemot problemlösningens väsentliga roll för matematik. Det var även intressant och en möjlighet att kunna välja en bok som är väl etablerad samt en bok som är nyare, då de ena är i sin första upplaga och den andra boken i sin andra upplaga.

Den första läroboken som berörs i studien heter *Koll på matematik 5A* och är skriven av Eva Björklund och Heléne Dalsmyr. Den är utgiven år 2015 av bokförlaget Sanoma utbildning och är i dess första upplaga. Totalt finns 2 läroböcker för årskurs 5, en A-bok för höstterminen samt en B-bok för vårterminen. Läroboken ackompanjeras av lärarhandledning, läxbok, facitbok, onlinebok och digital träning genom en hemsida på internet. Bokförlaget beskriver läromedlet (lärobok och ytterligare material) som ett varierande undervisningsmaterial med fokus på att utveckla de matematiska förmågorna enligt LGR 11 genom olika moment.

Den andra läroboken som berörs i studien heter *Matte Direkt Borgen 5A* och är skriven av Pernilla Falck och Margareta Picetti. Den berörda versionen är utgiven 2012 av bokförlaget Sanoma Utbildning. Denna lärobok är i sin andra upplaga och är ursprungligen utgiven 2004 men har reviderats och omarbetats sedan LGR 11 till sin andra upplaga. Hela bokserien består av två elevböcker per läsår varvid en är tänkt för höstterminen (5A) och en är tänkt för vårterminen (5B). Till samtliga böcker finns material som lärarhandledning, läxbok, träningshäfte samt fördjupningsbok. Bokförlaget beskriver läromedlet (lärobok och ytterligare material) som att det möjliggör individanpassning utifrån nivå och en tydlig och enkel struktur.

Lärarhandledning samt annat material skulle kunna ses som relevant att ingå i studien men det har gjorts en avgränsning då bland annat lärarhandledningen ger förslag kring hur uppgifter kan bemötas eller anpassas utifrån olika förhållanden. Jag undersöker hur problemlösningssuppgifter förekommer i läroböcker och undersöker inte hur de kan tänkas användas.

Av rimlighetsskäl vad gäller tidsbegränsning kommer samtliga böcker inte att behandlas, utan istället kommer urvalet beröra en av bokseriens totalt sex böcker. Detta urval baseras på att ett problemlösningssnitt finns med för boken, det innebär ett val av A-böckerna. Utifrån dessa böcker har ytterligare en avgränsning gjorts till lärobok 5. Bakgrunden till det här valet bygger på att vissa läroböcker inriktar sig mycket på det nationella provet för årskurs 6 och kan därför behandla mycket repetition. Boken för årskurs 4 kan i vissa avseenden ses som inledande och därav förhållandevis enklare. Jag ser läroboken i årskurs 5 som ett mellanting och vägen till att nå kunskapsmålen för årskurs 6. Ett ytterligare val i urvalsprocessen gjordes då jag valde A-boken istället för B-boken på grund av att båda böckerna innehöll ett problemlösningssnitt.

Analysen kommer exklusivt beröra de delar i läroböckerna som behandlar problemlösning och därmed medvetet avskärma mig från resterande delar. Denna avskärmning görs utifrån hur böckerna hänvisar till arbete med problemlösningssuppgifter. Detta urval beskrivs ytterligare under resultatdelen då de olika läroböckernas innehåll beskrivs.

4.4 Datainsamling och genomförande

Mitt genomförande av studien har följt processer som är inspirerade av en tematisk process som Braun och Clarke (2013) beskrivit den och den kvalitativa innehållsanalysens process enligt Flick (2006). Jag började läsa mig in på Lithners (2007) ramverk och vad det innebar samt gjorde en passande för studien avgränsning inom det. Därefter följde en sondering av läroböcker som ledde till ett urval bestående av två aktuella årskurs 5 läroböcker. Det följdes av att läsa mig in på dessa böcker och dess potentiella data som jag kom att hantera. Vid detta tillfälle gjordes en avgränsning kring data vilket innebar en avgränsning i böckerna för att undersöka de delar som explicit hänvisade till problemlösning. I samband med min data utformades analysfrågor vars svar är tänkta att kunna tematiseras utifrån det ramverk jag utgått ifrån. Dessa teman skulle sedermera bestå av kreativt resonemang och imitativt resonemang, varav den sistnämnda består av tre underkategorier av teman, memorerat, vägledande och igenkännande. Genom att tematisera problemlösningssuppgifterna i boken utifrån ramverket skulle jag kunna avgöra vilket resonemang som krävdes för respektive uppgift. Tematiseringen kan liknas den användning av kategorier som Flick (2006) beskriver som ett grundläggande drag i en kvalitativ innehållsanalys. Han beskriver att i en kvalitativ innehållsanalys förs kategorierna till materialet och empirin, alltså skapas de inte utifrån dem. Mina teman var anpassade i min metod likt kategorier och skapades därefter inte efter min data, istället utifrån det teoretiska ramverk jag utgått ifrån och fördes därmed till min data.

I samband med analys schemat och genomgången av data utformades ett dokument i Excel, inspirerat av Framework (Bryman, 2018) som strategi och hjälpmedel för att ordna och sammanställa den data jag samlat in.

4.5 Analysmetod

Min analysmetod innebär att utifrån ett analys schema tematiskt kategorisera olika problemlösningssuppgifter i läroböcker utifrån vilken typ av resonemang jag anser att det krävs för att lösa dem. Dessa typer av resonemang har sin uppkomst utifrån det teoretiska ramverk som Lithner utträttat och består av kreativa respektive imitativa resonemang.

Utifrån sex frågeställningar som baseras på ramverket ska jag avgöra om en problemlösningssuppgift utifrån sin kontext från en lärobok kan lösas genom ett memorerat, igenkännande eller väglett resonemang och därav arten imitativt resonemang, alternativt om de uppfyller kriterier för ett kreativt resonemang, som får ses som essentiellt för problemlösning. De teman som uppstår vid tematiseringen kommer strikt inrättas efter de olika resonemangstyperna och blir således de olika temana; imitativt resonemang respektive kreativt resonemang.

I min analys väljer jag dock att särskilja de olika resonemangstyperna för ett imitativt resonemang då de har olika värden ur undervisningsperspektiv och det går att argumentera för dess värde i en viss kontext (exempelvis modellering). I enlighet med detta, kommer de framföras inom ramen för temat imitativt resonemang men även i form av delteman; memorerat, igenkännande och väglett resonemang.

Analys schemat är utformat så att analysfrågorna ställs stegvis då en uppgift som kräver ett memorerat resonemang verkar oförenligt med ett kreativt resonemang och vice versa.

Analys schemat är uppdelat i totalt 11 kolumner som består av 6 analysfrågor och utöver det en orientering kring var den analyserade uppgiften finns i läroböckerna samt eventuell annan övrig information om uppgiftens art eller förekomst.

Analys schemat svarar på följande frågor:

1. Vilken uppgift analyseras?
2. Vilken sida i läroboken finns uppgiften?
3. Vilket nummer i läroboken har uppgiften?

4. **Analysfråga 1 (MR):** Innebär lösningsprocessen att komma ihåg ett givet svar?
5. **Analysfråga 2 (IR):** Går det att lösa uppgiften genom att tillämpa en tidigare lösningsmetod?
6. **Analysfråga 3 (VR):** Går det med hjälp av exempel eller lösningsförslag att lösa uppgiften? Alternativt – Är uppgiften tydligt kopplad till lösningsförslag som ges?
7. **Analysfråga 4 (VR):** Går det att genomföra lösningen i exemplet utan att behöva verifiera sina argument?
8. **Analysfråga 5 (KR):** Finns det behov av att resonera rimlighet kring strategival och genomförandet av lösning?
9. **Analysfråga 6 (KR):** Innebär uppgiften en ny form av resonemangsekvens som inte bygger på en tidigare?
10. Övrig information kring uppgiften.
11. Vilket kapitel var aktuellt för uppgiften?

Analysfråga 4 till och med 9 berör tematiseringen av vilket resonemang som krävs för uppgiften. Fråga 4 är markerad med ”MR” och tyder på att det krävs en memorerat resonemang. Analysfråga 5 är markerad med ”IR” och tyder på att uppgiften går att lösa genom ett igenkännande resonemang. Den avgränsning som görs här innefattar att uppgiften går att lösa med ett resonemang som introduceras innan själva uppgiften. Det innebär att jag följer boken kronologiskt vid min analys. Analysfråga 6 och 7 är sammanlänkade och markerade ”VR” och tyder på att uppgiften går att lösa med ett vägledande resonemang. Även analysfråga 8 och 9 är sammanlänkade men markerade ”KR” och tyder på att uppgiften uppfyller de kriterier för ett kreativt resonemang.

Analyssschemat används för att kunna hantera min insamlade data, reducera bort det som inte är väsentligt och bryta ner min data till analyserbara enheter.

Läroböckerna analyseras var för sig och dessutom kronologiskt från början av boken till slutet av boken. Varje uppgift som hänvisas explicit som problemlösningssuppgift i läroböckerna behandlas efter det analyschema som beskrivits.

4.6 Etiska överväganden

Enligt Bryman (2018) berör grundläggande etiska frågor frivillighet, integritet, konfidentialitet och anonymitet personer som är direkt inblandade i forskningen. Dessa går även i linje med de fyra huvudkrav som Vetenskapsrådet (2002) utger som berör informationskrav, samtyckeskrav, konfidentialitetskrav och nyttjandekrav. Då denna studie inte involverar privatpersoner eller personuppgifter, utan publicerade böcker som undersökningsmaterial, blir dessa etiska krav inte särskilt omfattande för denna studie.

Studien består av data som är funktionella och aktuella på en fri kommersiell marknad och skyddade av upphovsrättslagen (Göteborgs universitet, 2017). Lagen innebär att den text och bild som förekommer och hänvisas till används och citeras korrekt. Studien yrkar inte heller på att lyfta fram någon särskild bok utan snarare på att belysa en forskningsfråga som kan vara relevant för undervisningssammanhang. I studien har jag som utgångspunkt att förhålla mig opartisk och studien bör antas därefter. Det finns omtanke och reflektion i att hålla mig saklig och objektiv till det material som berörs.

I studien försöker jag förhålla mig transparent med hur jag gått tillväga och vad jag har undersökt för att undvika missuppfattningar/missförstånd som kan leda till negativ påverkan av inblandade läroböcker. Studien förhåller sig strikt till explicit hänvisade problemlösningssnitt och problemlösningssuppgifter och hur de framställs. Läroböcker är i regel omfattningsrika och berör stora delar av ett innehåll varvid problemlösningssuppgifter och kapitel enbart bör ses som

en beståndsdel av helheten. Det går därmed inte att besluta om en boks potential enbart genom min studie, och bör därför inte användas för detta avseende.

4.7 Validitet och reliabilitet

Validitet avser att undersökningen riktar sig in på det som är tänkt att undersökas och om det anses relevant, vilket innebär ifall jag svarat på mitt syfte. Reliabilitet kan ses som tillförlitlighet i en studie och avser om mätningar som gjorts är korrekt gjorda, det kan även innebära ett representativt urval för att undvika tillfälligheter i analysen, vilket innebär ifall jag använda det bästa instrumentet för att samla min empiri.

Bryman (2018) beskriver reliabilitet som extern och intern, varvid extern kan handla om i vilken utsträckning en undersökning kan replikeras. Det bygger på samma avsikt som Thurén (2007) påpekar med reliabilitet, eftersom en replikering av en studie kräver en tydlig beskrivning av metod samt att de mätningar som gjorts är korrekta med ett korrekt mätverktyg. Det är dock ett svårt kriterium att uppfylla vid kvalitativ forskning och i min studie eftersom det bygger på en tolkning av uppgifter. Denna tolkning har gjorts av enbart mig vilket öppnar för reliabilitetsbrister. För att motverka detta har jag hållit mig till det ramverk som ligger till grund för min studie och de tolkningar som har gjorts har filtrerats genom denna.

Tillämpning av Lithners ramverk (2007) får antas reliabelt betryggande eftersom det bygger på empiri utifrån tidigare studier kring vad som orsakar utantillärande från problemlösningssuppgifter och har gradvist växt fram utifrån dessa. Syftet med ramverkets utformning är att skapa ett verktyg för att kunna karaktärisera olika resonemangstyper samt utmärka dess ursprung och konsekvenser (Lithner, 2007).

Validitet berör enligt Bryman (2018) bland annat frågan om huruvida resultat från undersökningar kan generaliseras utöver den kontext där undersökningen gjordes. Min studie innefattar två oberoende av varandra läroböcker vilka har sina egna mål och syften. Studiens resultat kommer inte gå att generaliseras utöver den kontext som dessa två läroböcker ger och går därmed inte att överföra till andra former av läroböcker. Vad som kan ses som intressant gällande extern validitet berör resultatets överföring in i en undervisningskontext och huruvida elever faktiskt använder de resonemangstyperna som resultatet för uppgifterna visar. Dock behövs ytterligare forskning samt eventuell triangulering för att undersöka och stärka validiteten i detta avseende och därav går det inte att göra några generaliseringar då en verklig situation inbegriper alltmer komplexa faktorer.

Den interna validiteten berör enligt Bryman (2018) huruvida de teoretiska idéerna och resultaten kan ses som giltiga och väsentliga. I det här avseendet är det analytiska verktyget baserat på Lithners (2007) ramverk som i sin tur bygger det på forskning från Schoenfeld som båda kan ses som ansefliga forskare inom området.

För studien innebär det att jag undersöker läroböcker som är aktuella och som även ämnar att ta upp problemlösning. Läroböckerna som studien berör är tryckta efter 2011 vilket innebär att de är anpassade efter samma styrdokument som studien utgår ifrån och som dessutom är tidsenliga. Böckerna är en del av en serie vilket eventuellt enbart kan spegla det resultat som studien ger och inte hela bokseriens. En rättvis bild ur validitetssynpunkt borde beröra samtliga böcker i serien för att visa en helhetsbild av läroböckernas problemlösningssuppgifter då uppbygget och strukturen kan påverka. Dock har inte denna avvägning kunnat genomföras på grund av tids- och rimlighetskäl.

5. Resultat och analys

Inledningsvis beskrivs den första analyserade läroboken, följt av resultat av data i form av en tabell. Därefter hålls beskrivning och analys av resultat. Den andra lärobokens resultatredovisning följer samma mönster följt av sammanfattande tankar av resultat och analys i slutet av resultatkapitlet.

5.1 Koll på matematik – 5A

Koll på matematik 5A innehåller följande kapitel:

1. Tal i decimalform sid. 6
2. Längd, area och symmetri sid. 32
3. Tal i bråkform och decimalform sid. 58
4. Koordinatsystem och proportionalitet sid. 84
5. Beräkningar decimaltal och problemlösning sid. 110

Sidor där det hänvisas till problemlösningssuppgifter enligt boken: sid. 13(3), sid. 19(4), sid. 25(2), sid. 39(4), sid. 44(3), sid. 50(1), sid. 51(2), sid. 64(4), sid. 65(2), sid. 70(3), sid. 76(2), sid. 90(5), sid. 97(3), sid. 102(2), sid. 116(3), sid. 122(2), 124-127(18) (Problemlösningssavsnitt), s. 128 (5) Totalt: 68 Problemlösningssuppgifter + 10 i träna mera och fördjupning. Sidhänvisningen står först följt av antal problemlösningssuppgifter i parantes och i fet stil. Boken inbegriper totalt 568 uppgifter inklusive Problemlösningssuppgifter. Det inkluderar samtliga uppgifter i bokens kapitel, även aktiviteter som spel etc. Det exkluderar a, b, c-uppgifter och räknar dessa som enbart en uppgift. Totalt är 78 av 568 problemlösningssuppgifter. (13,7%).

Som tidigare beskrivits behandlas enbart områden beroende på om de explicit hänvisar till problemlösning. I denna bokserie innebär det avsnitten ”Välj bland förmågorna” som uppkommer efter varje avsnitt/delkapitel med totalt nio sådana delar, dessa består av olika mängder uppgifter. Det tillkommer dessutom ett delkapitel om problemlösning.

Sammanfattningen av analys för ”Koll på matematik 5A” visas i Bilaga 1. Uppgift 1-4 handlar om taluppfattning och decimalform och kategoriserades som kreativa resonemang då de bygger på nya former av resonemang som inte tidigare existerar i boken vilket skapar ett behov av att resonera kring strategival och genomförande på egen hand. Uppgift 5 och 6 som följer handlar också om tal i decimalform och bygger på samma typ av resonemang som föregående uppgift vilket öppnar möjligheten att lösa den med hjälp av ett igenkännande resonemang. Uppgift 7-11 behandlar tal i decimal- och bråkform samt talföljder och uppfyller även dem kriterierna för ett kreativt resonemang varvid uppgift 8 var ett gränsfall, anledningen är att det inte gick att lösa med hjälp av ett imitativt resonemang och blev därför ett kreativt. Uppgift 12 och 13 behandlar talföljder i form av decimaltal och bygger på samma typ av lösning och resonemang som uppgift 8 och går därför lösa genom ett igenkännande resonemang. Uppgift 14 handlar om mönster med geometri och består av en ny form av uppgift men det ges en tydlig instruktion inom uppgiften vilket gör det möjligt för ett vägledande resonemang. Uppgift 15 behandlar även den mönster inom geometri men innebär en ny form av resonemangsekvens som kräver ett kreativt resonemang varvid uppgift 16 bygger på samma typ av uppgift och lösning och går därför att lösa med ett igenkännande resonemang. Uppgift 17-19 behandlar kombinatorik samt algebra och kräver ett kreativt resonemang då de berör ett innehåll som inte finns i boken, vilket omöjliggör ett imitativt resonemang utifrån bokens kontext. Uppgift 20 behandlar bråkform och kräver ett kreativt resonemang men följs av uppgift 21 som bygger på samma och blir därför igenkännande. Uppgift 22 och 23 kräver kreativa resonemang och behandlar taluppfattning och algebra. Uppgift 24 och 25 behandlar geometri samt bråk och är av samma art och går att lösa genom att använda hjälpmedel som finns inom kapitlet vilket gör det möjligt för vägledande resonemang. Uppgift 26 behandlar bråk och går att lösa med ett igenkännande

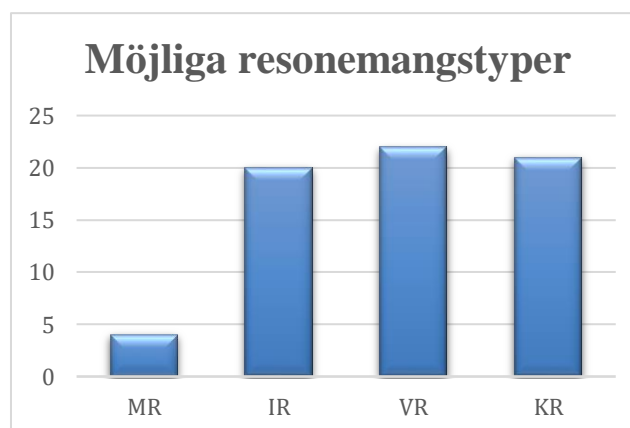
resonemang utifrån tidigare uppgifter men uppgift 27 och 28 behandlar bråk samt algebra och är av annan karaktär och kräver ett annat tillvägagångssätt vilket kräver kreativa resonemang. Uppgift 29 bygger på en möjlig lösning som tidigare förekommit och behandlar bråk och geometri. Uppgift 30 undgår kapitlets och bokens innehåll då det behandlar sannolikhet och omöjliggör ett imitativt resonemang utifrån den givna kontexten. Uppgift 31-35 behandlar negativa tal, talföljder samt algebra och bygger på samma form av resonemang som även återfinns inom kapitlet och kräver då igenkännande resonemang. Uppgift 36-38 behandlar proportionalitet samt mönster och kräver kreativa resonemang för att lösas. Uppgift 39 och 40 behandlar taluppfattning och tals användning och består av samma uppgift men i olika enheter och går att lösa genom ett igenkännande resonemang. Uppgift 41-43 behandlar taluppfattning och decimaltal och går inte att lösa med imitativa resonemang och kräver därav ett kreativt resonemang. Uppgift 44 och 45 behandlar sannolikhet och går att lösa genom att tillämpa lösningsförslag som återfinns i boken. Uppgift 46-49 är problemlösningsuppgifter som behandlar mönster följt av att uppgiftslösaren ska formulera egna problem, det kräver kreativa resonemang. Uppgift 50-53 är uppgifter där det framgår tydligt att strategin "arbeta baklänges" ska tillämpas vilket avgör att de kräver ett vägledande resonemang. Uppgift 54-56 bygger på att tillämpa olika givna problemlösningsmetoder, dock framgår det inte vilken metod som ska användas eller hur den kan användas, vilket gör att de kräver ett igenkännande resonemang. Uppgift 57-59 kräver kreativa resonemang dels för att en egenformulering av problem efterfrågas och dels för att uppgift 58 kräver en ny form av resonemang. Uppgift 60 och 61 behandlar talföljd för decimaltal samt bråk och bygger på samma lösning och resonemang som tidigare uppgifter vilket möjliggör ett igenkännande resonemang. Uppgift 62-64 behandlar kombinatorik samt mönster och kräver nya resonemang för att lösas, uppgift 63 och 64 innebär också att formulera ett eget problem. Uppgift 65 och 66 behandlar taluppfattning och är uppgifter som bygger på tidigare lösningar och resonemang vilket möjliggör igenkännande resonemang. Uppgift 67-69 behandlar geometri, mönster och tals användning och kräver egna lösningsmetoder och former av strategier som inte återfinns tidigare i boken. Uppgift 70-75 återfinns i en repetitionsdel med tydliga kopplingar till tidigare uppgifter och lösningar. Ett undantag är uppgift 74 som kräver någon form av lösning som inte återfinns i boken som behandlar algebraiska ekvationer. Uppgift 76-78 behandlar kombinatorik, bråk och problemformulering och består även dem av repetitionsuppgifter men av ett fördjupande slag. Dessa kräver ett kreativt resonemang, förutom uppgift 78 som tydligt bygger på en tidigare uppgifts resonemang.

Analys av resultat

Resultatet för Koll på matematik 5A visar på en relativt jämn summa vad gäller de olika resonemangstyperna. I Koll på Matematik 5A förekommer totalt 41 uppgifter som uppfyller kriterierna för ett kreativt resonemang. Ett dilemma i förhållande till resultatet berör vilket innehåll som problemlösningsuppgiften behandlade. I vissa fall konstaterades ett kreativt resonemang på grund av att uppgiften inte berörde något matematiskt ämnesområde som boken behandlade, vilket gjorde att ett imitativt resonemang utifrån boken

inte kunde tillämpas. Detta berörde ett fåtal uppgifter men är ändå anmärkningsvärt för studien.

I boken föregår inga exempel på memorerat resonemang vid problemlösningsuppgifter. Däremot visar resultatet en majoritet av igenkännande resonemang av den imitativa typen. Det



Figur 1: Koll på matematik 5A

beror på att en del uppgifter bygger på ett liknande resonemang från föregående uppgifter. En notering är att det ofta förekommer direkt efter varandra, då uppgifter vanligtvis går från en enkel modell till en mer avancerad uppgift men bygger på samma lösningsprocedur och koncept. En annan anledning är att strategierna som kan tänkas användas är givna i uppgifter och enbart kräver en uträkning som kan baseras på tidigare uppgifter. Ett exempel på det här är addition eller subtraktion med decimaler som förekommer på sida 122.

Problemlösningskapitlet behandlar den enskilt största delen av uppgifter för studien. Totalt består studien av 24 uppgifter från detta kapitel. Det berör strategiimplementering av en specifik strategi, men också att läsaren får ta del av en mängd förslag till olika strategier, dock inga exempel på hur dessa strategier kan användas. Det utgör den största skillnaden för den här delen. I avsnittet om den specifika strategin "arbeta baklänges" följde uppgifter där ett vägledande resonemang kan tillämpas för samtliga, dock med ökad svårighetsgrad efterhand. Samtliga av dessa uppgifter går att lösa genom att använda det lösningsförslag på strategi som ges i exemplet. Även liknande exempel förekommer i träna mera-delen, varvid skillnaden är att det inte står explicit vilken strategi det handlar om, och går därför under ett igenkännande resonemang istället. Emellertid går det att ifrågasätta om ett kreativt resonemang är det som eftersträvas vid ett sådant avsnitt då tanken är att lära ut en specifik strategi och träna på den.

I avsnittet om olika problemlösningsstrategier ges förslag på olika typer av strategier, dock inga exempel som förklarar hur de kan implementeras. Däremot ges en instruktion om att testa metoderna stegvis tills en lämplig metod finnes. För studien innebär detta ett knepigt ställningstagande till vilken resonemangstyp som bör användas eftersom boken hänvisar till att tänka efter vad gäller strategival, men säger samtidigt att uteslutningsmetod kan användas med fördel. Uteslutningsmetoden fungerar att tillämpa då de uppgifter som följer är anpassade efter de strategiexempel som ges.

I slutet av boken förekommer träna mera och fördjupningsuppgifter som berör problemlösningskapitlet. Eftersom kapitlet berör en repetitionsvariant förekommer uppgifter av samma resonemangstyp som tidigare.

Totalt finns 41 uppgifter som uppfyller kraven för ett kreativt resonemang, vilket innebär ungefär 52%. Motsvarigheten imitativt resonemang förekommer vid 37 av uppgifterna som innebär 48%.

Utgår man från vad som brister i uppgifterna som inte uppfyller kriterier för ett kreativt resonemang handlade det till största del om att uppgifterna bygger på samma typ av strategi eller lösning dock med förändrad kontext, högre variabler eller en annan utgångspunkt.

5.2 Matte direkt: Borgen 5A

Matte direkt: Borgen 5A innehåller följande kapitel

1. Taluppfattning, stora tal och problemlösning sid. 6
2. Geometri sid. 40
3. Decimaltal sid. 68
4. Vikt och volym sid. 98
5. Temperatur och diagram sid. 128
6. Repetition av bokens innehåll sid. 154-157

Sidor där det hänvisas till problemlösningsuppgifter enligt boken: sid. 16(5), sid.17(6), sid. 28(4), sid. 29(4), sid. 38-39(9), sid. 66-67(8), sid. 96-97(10), sid. 126-127(11), sid. 152-153(4), sid. 154(2) Totalt: 63 Problemlösningsuppgifter. Sidhänvisningen står först följt av antal problemlösningsuppgifter i parantes och i fet stil.

Boken inbegriper totalt 718 uppgifter inklusive problemlösningssuppgifter. Det inkluderar samtliga uppgifter i bokens kapitel, även aktiviteter som spel etc. Det exkluderar a, b, c-uppgifter och räknar dessa som enbart en uppgift. Totalt är 63 av 718 problemlösningssuppgifter (8,8%)

Som tidigare beskrivits kommer enbart områden behandlas beroende på om de explicit hänvisar problemlösning. I den här bokserien innebär det avsnitten som kallas "Utmaningen". Det berör också första kapitlet som handlar om problemlösning. Det tillkommer även två sidor under bokens "Rustkammaren" som behandlar repetition för kapitlet.

Sammanfattningen av analys för "Matte Direkt Borgen 5A" visas i Bilaga 2. Av uppgift 1-5 som behandlar längdenheter, area och mönster kan samtliga tänkas lösas med ett imitativt resonemang då dessa går under ett problemlösningsskapitel som utfärdar en lösningsmetod som innebär att rita sig fram till en lösning. Dock innebär uppgift 1 och 2 enbart ett vägledande resonemang då de kan lösas med hjälp av lösningsförslaget för kapitlet. Uppgift 3 och 5 skiljer sig däremot så pass mycket ifrån de andra att de blir klassade som kreativa resonemang då de berör områden som exempelvis area istället för sträckor. Uppgift 4 går att lösa med ett memorerat resonemang om uppgiftslösaren vet att $\frac{2}{6}$ är $\frac{1}{3}$. Uppgift 6-19 behandlar tabeller, strategin att prova sig fram, strategin att rita en bild och mönster och går att lösa med hjälp av ett vägledande resonemang, bortsett från uppgift 14, om uppgiftslösaren väljer att använda det lösningsförslag som kommer med kapitlet. I vissa fall beskrivs det stegvis i uppgifterna hur uppgiftslösaren ska gå till väga. Uppgift 14 behandlar taluppfattning och går att lösa genom att enbart lösa uppgiften och svaret finns givet i den, därav krävs enbart ett memorerat resonemang ifall uppgiftslösaren vet vad "näst yngst" innebär. Uppgift 20 berör ett innehåll som boken inte berör, kombinatorik, vilket kräver att uppgiften löses med ett kreativt resonemang av denna anledning. Uppgift 21 behandlar sannolikhet kan lösas genom att veta det som uppgiften frågar om på förhand, vilket också är möjligt, därav kan det krävas ett memorerat resonemang. Uppgift 22 och 23 behandlar taluppfattning och är tvetydiga då de går att lösa genom både ett igenkännande resonemang då liknande uppgifter återfinns i boken, samtidigt går de att lösa genom att använda lösningsförslag i boken. Av denna anledning kryssades båda alternativen i. Uppgift 24-28 behandlar algebraiska uttryck, mönster, kombinatorik och taluppfattning och kräver kreativa resonemang då det finns ett behov att resonera kring strategival samt implementering av lösning, det innebär en ny form av resonemangssekvens som inte bygger på tidigare. Uppgift 29 och 31 behandlar area och geometri och kräver resonemang som återfinns tidigare i boken under andra problemlösningssuppgifter men även i andra förekommande uppgifter. Uppgift 30 behandlar area och geometri, samt uppgift 32-36 som behandlar längd, area, bråk och algebraiska uttryck och går inte att lösa genom att tillämpa imitativa resonemang och kräver därav kreativa resonemang. Uppgift 37 behandlar taluppfattning samt decimaltal och bygger på ett resonemang som inte tidigare berörts i boken och kräver därför ett kreativt resonemang, uppgift 38 som följer bygger dock på samma form av resonemang samt uppgift och kräver därför ett igenkännande resonemang. Uppgift 38-42 behandlar decimaltal, taluppfattning och räknesätt och går samtliga att lösa genom att tillämpa en tidigare uppgifts lösning vilket möjliggör ett igenkännande resonemang. Uppgift 43 var så pass tydlig för analys-schemat att jag valde att räkna bort den. Det går att tillämpa samma lösningsmetod som förekommit tidigare på uppgift 44, därav kategoriseras den som igenkännande. Uppgift 45 går även den att lösa med ett igenkännande resonemang, dock förekommer den i text istället för siffror men innebär samma koncept och behandlar tabeller och decimaltal. Uppgift 46 behandlar kombinatorik och kräver en resonemangssekvens som inte återfinns sedan tidigare, vilket innebär en ännu inte given lösningsmetod. Uppgift 47-50 behandlar enheter, storheter samt räknesätt och består av samma typ av resonemang och bygger på rutinuppgifter som förekommer tidigare i kapitlet. Uppgift 51 behandlar algebraiska uttryck och ingår i samma grupp av uppgifter men särskiljer sig då det berör en annan typ av genomförande som inte förekommer sedan tidigare, och kräver därför ett kreativt resonemang. Uppgift 52 och 54 behandlar decimaltal samt enheter och bygger på

samma typ av lösningsmetod som förekommit i uppgifter sedan tidigare och kräver därför ett igenkännande resonemang. Uppgift 53 behandlar strategin ”arbeta baklänges” och går inte att lösa genom imitativa resonemang och kategoriseras därför som kreativt. Uppgift 55 var svårtolkad, men ansågs kräva ett kreativt då det inte fanns någon möjlighet att lösa genom tidigare uppgifters resonemang. Uppgift 56 kräver ett memorerat resonemang då lösningen består av att veta att hälften innebär $1/2$ eller $2/4$ i bråk. Uppgift 57 och 58 behandlar algebraiska uttryck samt taluppfattning i diagram och kräver resonemang som inte tidigare förekommit och kräver därför resonemang kring strategi och genomförande. Uppgifterna 59-61 handlade om att läsa av olika diagram som går att lösa genom att tillämpa instruktioner från tidigare lösningsförslag och genom tidigare lösta uppgifter, därigenom blev det knepigt om de skulle antas vara igenkännande eller vägledande och blev därför kategoriserade som bådadara. Uppgift 62 och 63 är repetitionsuppgifter som syftar tillbaka på kapitlet som berörde problemlösning och går att lösa genom att tillämpa det lösningsförslag som finns tillgängligt där och innebar att rita en bild samt gissa sig fram med hjälp av tabell. De blir därför kategoriserade som vägledande resonemang.

Analys av resultat:

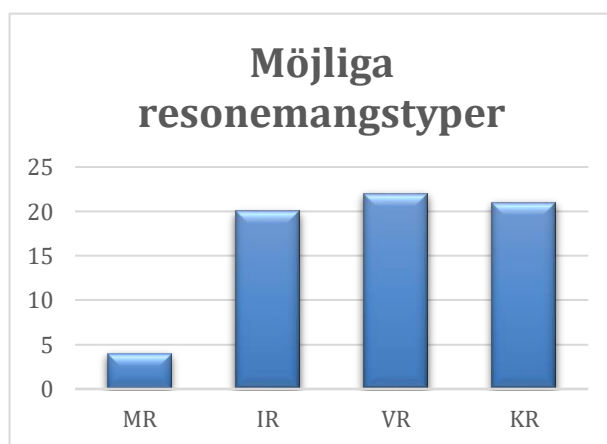
Matte direkt Borgen 5A utgjorde en mer varierad tolkning kring de olika problemlösningssuppgifterna. I problemlösningssavsnittet var det vanligt förekommande med vägledande resonemang då uppgifter var ganska snävt styrda utifrån den strategi som avsnittet syftade att lära ut om. Det fanns undantag då uppgifter särskilde sig genom att samma strategi (att rita), var lösningen men att det berörde ytterligare en dimension, exempelvis från en sträcka till area. Av denna och en liknande anledning krävdes ett kreativt resonemang då strategin till konceptet berörde en ny dimension som inte uppdagats tidigare. Den andra problemlösningstrategin som introducerades var att gissa sig fram systematiskt med en tabell. Till en början var dessa uppgifter en tydlig typ av vägledande resonemang, då uppgifterna även föreslog vad uppgiftslösaren skulle börja gissa på.

Jag fann det svårt analysera vissa uppgifter där svaret mer eller mindre ingick i uppgiften och att lösningen utgjordes av att urskilja det. Vid sådana uppgifter sattes ett memorerat resonemang då exempelvis det kunde beröra att två sjättedelar är en tredjedel, detta exempel är från sida 16 uppgift 60.

I den här boken förekom två uppgifter som jag ansåg svårtolkade för ändamålet och kunde till en början inte bestämma en resonemangstyp. Avgränsningen gjordes genom analysfrågan som berörde ifall det innebar en annan form av resonemang och blev därför märkta utifrån kreativa resonemang.

Ett bekymmer för datahanteringen berör uppgifterna i slutet av tabellen som handlar om diagram och medelvärde. Dessa uppgifterna i deras problemlösningssavsnitt påminde mycket om både lösningsförslag och andra uppgifter som finns i kapitlets tidigare delar. Av denna anledning sattes både ett möjligt igenkännande samt vägledande resonemang som möjliga. Ett liknande bekymmer berör två uppgifter på sidan 38 som går att lösa i ett liknande fall. Det fanns en uppgift som inte gick att sätta en resonemangstyp på.

Totalt är sju uppgifter markerade med dubbla resonemangstyper vilket inte bör räknas med i totala summan av uppgifter, istället räknas de som imitativa. Totalt finns 62 problemlösningssuppgifter medräknade i resultatet varav 21 kräver ett kreativt resonemang, vilket innebär



Figur 2: Matte Direkt Borgen 5A

ungefär 34 %. Motsvarigheten är 41 uppgifter som behöver ett imitativt resonemang, vilket innebär 66 %.

Likt den första läroboken brister de uppgifter som inte uppfyller kriterier för ett kreativt resonemang på grund av att de bygger på samma typ av strategi, lösning, variabelskillnad eller en annan utgångspunkt för uppgiften. Uppgifterna som fanns i problemlösningssnittet kunde lösas i större grad utav vägledande resonemang.

Det förekom dessutom fyra uppgifter som kan lösas genom ett memorerat resonemang av den anledning att svaret implicit förekommer i uppgiften utan att en lösningsprocess krävs.

5.3 Avslutande tankar kring resultat och analys

Båda läroböckerna visar ett större antal problemlösningssuppgifter som kräver ett kreativt resonemang. I den ena läroboken omsätter de strax över hälften av problemlösningssuppgifterna och i den andra strax över en tredjedel. Emellertid kan det kontrasteras mot antalet problemlösningssuppgifter som kan lösas genom ett imitativt resonemang, då kan resultatet ironiskt nog uppfattas som problematiskt för problemlösning. Däremot är studien inte utformad att den kan besvara vad som anses tillräckligt, men utifrån vad resonemangen innebär kan det dock uppfattas problematiskt. Mängden imitativa resonemang räknas upp emot 48 % respektive 66% av uppgifterna som hänvisat till problemlösning. Konsekvensen som följer kring det här är att steg 2 och 3 i resonemangsekvensen går förhållandevis förlorade vid problemlösning. Vid ett vägledande resonemang finns inga argument i läroböckerna för varför en viss strategi bör implementeras, det ges inte heller någon särskild anledning mer än att det kan vara enklare. Vid igenkännande resonemang finns inget behov av att argumentera kring strategier så länge lösningen går att identifiera genom ett annat tal. Vid de tillfällen som ett memorerat resonemang går att tillämpa finns inget riktigt värde mer än ett enkelt ihågkommande. Sammanfattat yrkar dessa resonemangstyper på att uppgiftslösaren ska komma ihåg gamla lösningar för att lösa uppgifter, istället för att hitta nya lösningar för uppgiftslösaren.

Ser man till resultatet och mängden uppgifter i läroböcker som kräver kreativa resonemang finns en beklämmande upptäckt. Antar man att kreativa resonemang inte återfinns i de uppgifter som inte hänvisas som problemlösningssuppgifter innebär det att 41 av 568 uppgifter respektive 21 av 718 uppgifter kräver kreativa resonemang. Det innebär ca 7% för ena boken och ca 3% av andra boken. Antalet uppgifter som går att lösa genom att tillämpa andra uppgifters lösningar eller lösningsförslag går då upp till ca 93% respektive 97%. En problematik uppstår då problemlösning har ett så pass stort inflytande i kursplanen för matematik samt att läroböcker hänvisar till problemlösning och problemlösningssuppgifter och ändå är det så få procent av uppgifter som egentligen kan klassas som problemlösningssuppgifter sett till vilka resonemang som är möjliga att lösa dem med.

I resultatet framgick även att vissa uppgifter klassificerades som att de krävde ett kreativt resonemang av den anledning att uppgiften i sig berörde ett ämnesområde som inte studiens läroböcker specifikt tog upp. Av denna anledning förekom inte tidigare lösningsstrategier, resonemang eller olika genomförande av den typen av uppgift. Det bör ifrågasättas om uppgifter som berör ett annat centralt innehåll än vad boken gör, kan uppfattas som mer passande problemlösningssuppgifter för att de kräver ett kreativt resonemang. Frågan är om dessa uppgifter ses som mer passande ur ett problemlösningssperspektiv än något annat. Hursomhelst uppfyllde de kriterierna för ett kreativt resonemang utifrån den här studiens analyschema.

En strukturellt relevant skillnad mellan böckerna inbegriper innehållet där Matte direkt Borgen 5A bestod av specifika strategier, likt "arbeta baklänges" i Koll på matematik 5A. Matte direkt Borgen 5A behandlade istället "rita en bild" och att systematiskt gissa sig fram med en tabell. Skillnaden som uppdragas berör att de tar upp olika delar av strategier och metoder för problemlösning och de gör det på olika sätt. Däremot om man undersöker helheten och bokseriernas innehåll från årskurs 4-6 påminner de om varandra då de fokuserar kring liknande strategier för problemlösning men vid olika tillfällen och olika årskurser. Det som beskrivs i 5A-

böckerna är att Matte direkt Borgen 5A har två explicita strategier och Koll på matematik 5A har en explicit strategi samt ett avsnitt om att värdera olika strategier och problemformulering. Resultatet visar utifrån det här en möjligen orättvis bild vad gäller imitativa resonemang av vägledande art då dessa förekommer i samband med problemlösningskapitel och undervisning kring strategier.

En skillnad kring böckernas struktur i form av förekomst av problemlösningssuppgifter bör diskuteras utifrån resultatet. I Koll på matematik 5A återkom problemlösningssuppgifter efter varje delkapitel dock inte alltid med anknytning till delkapitlets innehåll och bortsett från problemlösningskapitlet. I Matte direkt Borgen 5A förekom problemlösningssuppgifter i slutet av varje kapitel under rubriken *Utmaningen*. Dock i en större mängd.

Det bör påpekas för resultatet att en elev som arbetar med bokens uppgifter, inte nödvändigtvis behöver tillämpa ett imitativt resonemang, men istället att eleven snarare skulle kunna göra det utefter de förutsättningar som ges från boken. Det innebär även att en lärare som använder boken i undervisningen inte behöver använda den på samma vis som studien visar på.

6. Diskussion

Resultatet uppvisar en förekomst av både imitativa och kreativa resonemang med en sammanlagd majoritet för den imitativa typen. Samtidigt bör det belysas att läroböckerna visade skilda resultat varvid i den ena läroboken förekom fler problemlösningssuppgifter som uppfyllde kraven för ett kreativt resonemang. Vad det i sin tur beror på är svårt att svara på utifrån studiens uppbyggnad. Det kan handla om hur problemlösningssuppgifter presenteras, hur mycket information som ges i uppgiften och i föregående kapitel. Det kan även bero på att många uppgifter som följer efter varandra bygger på samma koncept, vilket i högre grad kan möjliggöra ett imitativt resonemang om de är för lika. Det förekom däremot ingen signifikant skillnad mellan de två läroböckerna, och därav förblir ovanstående spekulationer rentav spekulativa. Som tidigare nämnt är det svårt att besvara huruvida mängden kreativa resonemang i läroböckerna kan anses tillräckliga eller inte då studien inte är utformad att ta reda på vad som anses tillräckligt. Det studien däremot visade är att en stor mängd problemlösningssuppgifter i läroböcker går att lösa genom att använda en tidigare uppgifts lösning och tillämpade resonemang, vilket kan verka oförenligt för att utveckla problemlösningssförmågan hos individen som löser uppgifterna. Studien bör dock kontrasteras och hänvisas till verkligheten, vilket innebär fler dynamiska faktorer som exempelvis att en elev och dess erfarenheter samt en lärares användning av materialet påverkar vilket resonemang som kan tänkas användas.

Konsekvenser som uppstår av att imitativa resonemang förekommer i problemlösningssuppgifter går att beskriva utifrån de kompetenser som anses viktiga för problemlösning som uppdragades ovan utifrån Schoenfeld (1985) och Lithner (2004). Det innebär att de uppgifter som går att lösa med ett imitativt resonemang enbart utvecklar resurskompetensen på en ytlig nivå och inövar ett ihågkommande av möjliga lösningar. Vid kreativa resonemang förväntas en djupare förståelse för uppgiften för att kunna komma fram till en lösning. Vad som är än en gång viktigt att notera att detta inte är helt uppenbart för alla typer av uppgifter som blev klassade som kreativa då vissa förekom kreativa då de inte berörde bokens behandlade centrala innehåll. Sett utifrån kompetensen heuristik kan samtliga av uppgifterna som kräver ett imitativt resonemang lösas genom att tillämpa strategin ”söka efter en liknande situation/uppgift/lösning”. Vilket även innefattar de tillfällen vid problemlösningsskapitel avsåg att lära ut särskilda strategier. Dock innebär dessa att söka efter en liknande lösning som explicit redan beskrivits men som en ytterligare strategi. Vid de tillfällen som kreativa resonemang behövde tillämpas går det inte riktigt att avse vilka eller hur många typer av strategier som kan tillämpas men en förutsättning är att det är mer effektivt vid användning av flera olika och en möjlighet att använda flera. Kompetensen som berör kontroll antas inte utvecklas alls då formen vägledande resonemang används då dessa ofta beskriver lösningsförloppet. Vid igenkännande resonemang kan det däremot krävas en viss modifikation till lösningen för att anpassas till den nya uppgiften. Vid de tillfällen som kräver kreativa resonemang behövs det däremot en form av plan då lösningen inte är given på förhand. Det innebär att dessa tre kompetenser övas och tränas så länge de får användas och inte imiteras. Kompetensen som berör kontroll går inte att analysera utifrån resultatet då det bygger på särskilda uppgifter men kommer diskuteras nedan under elevuppfattningar kring matematik.

Det finns en aspekt av resultatet som går att problematisera gentemot den definition som forskning menar att ett problem är. Definitionen av ett problem för problemlösning beskrevs av Lester (2013) som enad inom forskning och innebar en uppgift vars lösning är okänd för individen att lösa, samt att lösaren har som mål att lösa den. Utifrån Lithners resonemangstyper tyder användningen av ett kreativt resonemang att problemuppgiftens lösning kan ses som okänd. Finns det däremot möjligheter att använda imitativa resonemang innebär det att lösningen inte längre behöver vara okänd, utan finns inom uppgiftslösarens räckhåll sen innan. Det pekar mot ett paradoxalt förhållande mellan definitionen av problem samt de uppgifter som

benämns som problem i läroböcker. Det bör dessutom tilläggas att en lösning utifrån ett imitativt resonemang eventuellt inte är känt, men så fort den identifieras innebär det att lösningen är okänd och resten av lösningsprocessen kan antas trivial. En fråga jag ställer mig utifrån resultatet och detta resonemang är huruvida dessa uppgifter kan uppfattas som verkliga problemlösningssuppgifter i dess egentliga mening sett utifrån den kontext de består i.

En kritisk aspekt av ovanstående dilemma om vad som bör antas som ett problem. Detta berör problemlösningens relativitet i förhållande till problemlösaren som tidigare inflikades i enlighet med Schoenfeld (1985). Det innebär att problemlösningssuppgifter för en elev nödvändigtvis inte behöver vara det för en annan och att relationen mellan uppgiftslösaren och uppgiften istället bör belysas. Det är i denna relation som det riktiga problemet kan uppstå. Denna studie har avsett vilka resonemang som finns tillgängliga inom boken och uppgifterna som analysen gällde, och därmed avskärmar sig från faktorer som ovan. En situation som speglar verkligheten verkar mer komplicerad än så, då läroboken möjligen inte följs kronologiskt och eleven som arbetar med boken har mer erfarenheter och kompetenser som sträcker sig utanför bokens kontext. Även lärarens roll och tillämpning av boken avgör vilka resonemang som kommer till ytan.

Ytterligare en aspekt som bör diskuteras angående förekomst av imitativa respektive kreativa resonemang är problemlösningssprocessen och hur den kan tänkas påverkas. Utifrån Polyas (1990) problemlösningssprocess förutsätts en problemlösningssituation bland annat beröra ett skapande av en plan, där ett tydligt resonemang kring uppgiftens art och möjliga vägar diskuteras. Dessutom ingår ett utvärderande moment av den tillämpade och genomförda strategin vilket inte blir givet vid användning av imitativa resonemang. Därutöver förutsätts problemlösaren skapa förståelse för problemet genom att ställa sig den introducerande frågan "What is the unknown?", en fråga som vidkänns tappa sin mening ifall "det okända" innefattar att hitta det redan bekanta.

En annan aspekt som bör diskuteras berör problemlösningens tänkta syfte och går att koppla till de problemlösningssavsnitt som berörs i böckerna vars inriktning enligt resultatet visar på en majoritet av vägledande resonemang. Baserat på resultatet kan lösningen i problemlösningssavsnitten enligt berörda läroböcker lösas med en extern källa som bas, vilket tyder på att de kan lösas med ett vägledande resonemang. Det kan däremot finnas ett värde i denna form då syftet antagligen är att undervisa explicit om strategier i form av att modellera hur en strategiimplementering kan se ut och vilket slag. Det framhölls tidigare att läraren bör vara tydlig vad gäller syftet med problemlösning för undervisningen (Lester, 2013; Nunokawa, 2005). Det framkom även att problemlösningssundervisningens syfte har haft tre olika fokuserade inriktningar genom åren, för, om och via (Taflin, 2007). I det här fallet innebär det således matematikundervisning om problemlösning, då metoden hur uppgiftslösaren ska lösa uppgifterna hamnar i fokus, något som sker åtskilligt i läroböckerna då delkapitlen om problemlösning framt behandlar undervisning om problemlösning. Det är däremot en fråga ifall kompetensen som berör heuristik och kontroll faktiskt berörs och utvecklas om det handlar om att tillämpa en given lösning från en extern källa. Uppgiftslösaren som arbetar med uppgifter av denna art behöver inte resonera kring val av strategi eller tillämpning då det redan är givet.

Tidigare beskrevs Schoenfeld (1994) och hans forskning kring möjliga elevuppfattningar om matematikämnet. Resultatet som studien visar utesluter inte ett samband med läroböckers omfattande användning och betydelse för undervisning och dessa elevuppfattningar. Dock går det utifrån studien inte att dra någon slutsats kring det, men det finns synnerligen samband mellan den omfattning av möjliga imitativa resonemang samt konsekvenser och elevers uppfattningar. Dessa förekommande elevuppfattningar kring matematikämnet benämndes som att matematik enbart handlar om att memorera lösningar, att det enbart finns en korrekt lösning till ett problem eller att matematik är inget som vem som helst kan lära sig. Lithner (2004) beskriver ett möjligt samband varvid problemlösningsskompetensen som innebär tro, kan påverka eller

förstärka liknande föreställningar kring ämnet som därefter kan komma att påverka elevers möjligheter och inställning till problemlösning. Han beskriver att en dominans av imitativa resonemang kan leda till en inställning eller förstärkning kring att matematik handlar om att följa andras lösningar. Eftersom läroböcker är ett mycket vanligt förekommande hjälpmedel och tillvägagångssätt i många undervisningssituationer för matematik kan läroböckers uppgifter bidra till dessa föreställningar.

Vidare beskrivs ett möjligt scenario av Lithner (2004), att om imitativa resonemang är det som efterfrågas för att klara exempelvis prov, innebär det att elever kan visa på bra resultat utan att faktiskt ha lärt sig lösa problem i en egentlig mening. Ett exempel kan vara kring de vanligt förekommande diagnoserna som återfinns i läroböcker för matematik. Finns det möjlighet att lösa dessa med hjälp av att använda tidigare lösningar, visar det inte vad uppgiftslösaren kan, utan hur den kan använda sig av tidigare lösningar. Samtidigt beskriver Lithner forskning som beskriver grupper av elever som visat på inlärningssvårigheter, vars bakgrund innefattar att elever tydligt tillämpat en typ av imitativt resonemang vid mer utmanande uppgifter. Det leder till att det som är tänkt vara svårt i ett problem ersätts med något som kan liknas vid rutinuppgifter, då lösningen blir given. Utöver det kan en lärare kompensera prov med mindre utmanande uppgifter för att eleverna ska klara dessa. Det innebär att en ond cirkel kan ta fart varvid ett vanligt förekommande användande av imitativa resonemang är gnistan.

En liknande dock betydligt mer omfattande studie av Brehmer et al. (2015) undersökte läroböcker på gymnasial nivå. I studien undersöktes totalt 5722 uppgifter varav 312 kunde definieras enligt deras ramverk som matematiska problemlösningssuppgifter. Brehmer et al. (2015) drar en eventuell slutsats att elever som arbetar enligt läroböcker får en begränsad möjlighet att utveckla sin problemlösningss förmåga. Vid en överblickande jämförelse, studierna emellan, förekommer en framträdande skillnad kring procentantalet. En möjlig förklaring kan vara graden av omfattning. Innebär en studie fler uppgifter från flera olika sammanhang kan möjligheten att använda ett imitativt resonemang öka, då tillämpning av igenkännande resonemang fungerar vid desto fler uppgifter som berörs. Även en förekomst av vägledande resonemang skulle kunna tänkas öka om det finns en större tillgång till externa källor som kan vägleda. Det skulle för studiens resultat kunna innebära en skillnad om den berört samtliga böcker från årskurs 4-6, istället för bara en. Däremot kan resultatet trots allt ses som en riktlinje att uppgifterna trots allt behöver omtanke och ett hänsynstagande för att utveckla det som är önskvärt vid problemlösning.

En konsekvens av den överrepresenterade mängden imitativa resonemang skulle kunna innebära att läroböckerna kan leda till ett så kallat utantillärande vid som inte bör vara eftersträvars värt för matematikundervisning i problemlösning. Resultatet bör även problematiseras utifrån styrdokumentet som råder, i synnerhet då läroböckerna anspelar på att de är utarbetade utifrån dessa. Problemlösning lyfts fram av Skolverket (2017) som en kreativ verksamhet där problemlösningssuppgifter och dess tillvägagångssätt förhåller sig okända för uppgiftslösaren. De kapitel som specifikt behandlade problemlösning visade i en större utsträckning en brist på okända tillvägagångssätt, då de i regel behandlade ett tydligt genomförande för problemlösningssuppgifter som med fördel kan imiteras, och även i vissa fall föreslog imitation.

Inledningsvis beskrevs lärobokens vitt spridda användande inom skolan samt den betoning som problemlösning har i matematikundervisning enligt forskning och kursplan. En sammanställning av resultatet och studiens inledning inbegriper ett hänsynstagande vid användning av läroböcker. Det finns självklart potential vid användning av läroböcker, dock med undantag om den används oförberett och ogenomtänkt då det kan riskera en högre grad av imitativa resonemang vid problemlösning. En risk som beskrivits ovan är när imitativa resonemang blir det som eftersträvas då uppgifter som kräver kreativa resonemang blir för svåra.

6.2 Slutsats

Görs en återblick till den inledande forskningsfrågan, ifall en samstämmighet mellan forskning och det förväntade ideal som ställs på problemlösningssuppgifter utifrån vilka resonemangstyper som är möjliga, är den inte helt verifierad. Resultatet visar att flertalet uppgifter uppnår de förväntade kriterierna för ett kreativt resonemang, men långt ifrån alla. Mängden imitativa resonemang i studien räknades till upp emot 48 % respektive 66% av uppgifterna som hänvisats som problemlösning i de olika läroböckerna. Vikten av att problemlösningsskompetenser utvecklas vid arbete med problemlösningssuppgifter och att resonemangsekvensen för problem möjliggörs för elever, borde vara en självklarhet med tanke på att det är ett tydligt mål med matematikundervisning. För att fullfölja målen inom skola innebär det för lärare att vara medvetna om läroböckernas tydliga inflytande och undersöka alternativa vägar att arbeta med problem som kräver kreativa resonemang.

6.3 Vidare forskning

Ett förslag på vidare forskning berör de aspekter som bland annat diskuterats ovan. Huruvida en bredare och mer omfattande studie skulle kunna visa på ett annorlunda resultat. Denna bredd innebär fler läroböcker från berörda bokserier samt fler årskursers böcker för att kunna göra mer genomgående slutsatser.

Ett annat förslag på vidare forskning skulle kunna var triangulering i form av att undersöka hur dessa uppgifter samt tolkningar av uppgiftslösande faktiskt kan se ut i autentiska undervisningssituationer. Alternativt kan det ske genom en kombination av observationer, intervjuer och ytterligare innehållsanalys av lösningar samt uppgifter. I en sådan studie kan fler faktorer som påverkar diskuteras och elevers resonemangsprocess kan observeras utifrån hur de arbetar med boken. Såsom denna studie är utformad nu är det troligen omöjligt att dra en slutsats om att uppgiftslösandet i läroböcker egentligen innebär imitativa resonemang utan att se hur elever och lärare faktiskt arbetar med läroböckers uppgifter. Det studien har visat däremot, är att det till en stor grad är möjligt.

En aspekt av diskussionen som jag själv anser intressant berör elevuppfattningar om matematikämnet och läroböckernas eventuella påverkan kring dem. Ett möjligt samband som vore intressant att utreda.

Referenser

- Björklund, E. & Dalsmyr, H. (2015). *Koll på matematik 5A*. (1. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. doi: 10.1191/1478088706qp063oa
- Brehmer, D., Ryve, A., & Steenbrugge, H. V. (2015). Problem solving in Swedish mathematics textbooks for upper secondary school. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(6), 577-593. doi:10.1080/00313831.2015.1066427
- Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder*. (Upplaga 3). Stockholm: Liber.
- Falck, P. & Picetti, M. (2012). *Matte direkt Borgen. 5 A*. (2. uppl.) Stockholm: Sanoma utbildning.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 61-75. doi:10.1007/s10649-006-9069-6
- Flick, U. (2006). *An introduction to qualitative research*. (3. ed.) London: SAGE.
- Grevholm, B. (2014). Frågor om läroboken i matematik – vilka är de och finns det några svar?. I Dahlberg, U., Helenius, O., Häggström, J., Wallby, A. & Wallby, K. (Red.), *Matematikundervisning i praktiken* (s.145-160). Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM), Göteborgs universitet.
- Göteborgs universitet. (2017). *Upphovsrätt*. Hämtad 2019-01-03 från http://www.ub.gu.se/skriva/upphovsratt/?fbclid=IwAR0_M1vrNHsgsVYCF0lVubtdIfY1P3zg2qnET_HKbpSlpSaD9GpywzxH0
- Jablonka, E. & Johansson, M. (2010). Using texts and tasks: Swedish Studies On Mathematics Textbooks. Sriraman, B., Bergsten, C., Goodchild, S., Pálsdóttir Guðbjörg, Dahl, B. & Haapasalo, L. (red.), *The first sourcebook on Nordic research in mathematics education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark, and contributions from Finland*. Charlotte: Information Age Pub..
- Lester, Frank K. Jr. (2013) Thoughts About Research On Mathematical Problem Solving Instruction., *The Mathematics Enthusiast*: 10(1), 245-278. Tillgänglig: <http://web.b.ebsco-host.com.ezproxy.ub.gu.se/ehost/pdfviewer/pdfviewer?vid=1&sid=bdf84ffe-5a06-4ff7-9c3e-42d9f44a3d6c%40pdc-v-sessmgr03>
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. *ICME-13 Topical Surveys Problem Solving in Mathematics Education*, 1-39. doi:10.1007/978-3-319-40730-2_1
- Lithner, J. (2007). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies In Mathematics*, 67(3), 255-276. doi: 10.1007/s10649-007-9104-2
- Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 405-427. doi: 10.1016/j.jmathb.2004.09.003
- Nunokawa, K. (2005). Mathematical problem solving and learning mathematics: What we expect students to obtain. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 325-340. doi: 10.1016/j.jmathb.2005.09.002
- Pólya, G. (1990). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. (2. ed.) Harmondsworth: Penguin Books
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A.H. (1994). Reflections in doing and teaching mathematics. Schoenfeld, A.H. (red.), *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Skolverket (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik (reviderad 2017) [Elektronisk resurs]*. Skolverket. Hämtad 2018-22-12 från: <https://www.skolverket.se/publikationer?id=3794>

- Skolverket (2018). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2018*. Stockholm: Skolverket. Hämtad 2019-16-01 från: https://www.skolverket.se/sitevision/proxy/publikationer/svid12_5dfee44715d35a5cdfa2899/55935574/wtpub/ws/skolbok/wpubext/tryck-sak/Blob/pdf3975.pdf?k=3975
- Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande* (Doctoral dissertation, ISBN 978-91-7264397-0, ISSN: 1102-8300). Umeå: Print & Media. Tillgänglig: <http://umu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A140830&dswid=-9358>
- Thurén, T. (2007). *Vetenskapsteori för nybörjare*. (2., [omarb.] uppl.) Stockholm: Liber.
- Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

Bilagor

Bilaga 1. Koll på matematik 5A – resultatsammanfattning.

| Uppgift | Sida | Uppgift i boken | Analysfråga 1 (MR) | Analysfråga 2 (IR) | Analysfråga 3 (VR) | Analysfråga 4 (VR) | Analysfråga 5 (KR) | Analysfråga 6 (KR) | Övrigt | Kapitlets innehåll |
|---------|------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------|------------------------------|
| 1 | 13 | 1 | | | | | X | X | | Tallinje, tiondelar |
| 2 | 13 | 2 | | | | | X | X | | Tallinje, tiondelar |
| 3 | 13 | 3 | | | | | X | X | | Tallinje, tiondelar |
| 4 | 19 | 1 | | | | | X | X | | Tallinje, hundra- delar |
| 5 | 19 | 2 | | X | | | | | | Tallinje, hundra- delar |
| 6 | 19 | 3 | | X | | | | | | Tallinje, hundra- delar |
| 7 | 19 | 4 | | | | | X | X | | Tallinje, hundra- delar |
| 8 | 25 | 1 | | | | | X | X | | Tallinje, Tusende- lar |
| 9 | 25 | 2 | | | | | X | X | | Tallinje, Tusende- lar |
| 10 | 39 | 1 | | | | | X | X | | Längd |
| 11 | 39 | 2 | | | | | X | X | | Längd |
| 12 | 39 | 3 | | X | | | | | | Längd |
| 13 | 39 | 4 | | X | | | | | | Längd |
| 14 | 44 | 1 | | | X | X | | | | Area, triangel |
| 15 | 44 | 2 | | | | | X | X | | Area, triangel |
| 16 | 44 | 3 | | X | | | | | | Area, triangel |
| 17 | 50 | 1 | | | | | X | X | | Area, symmetri |
| 18 | 51 | 1 | | | | | X | X | | Area, symmetri |
| 19 | 51 | 2 | | | | | X | X | | Area, symmetri |
| 20 | 64 | 1 | | | | | X | X | | Bråkform |
| 21 | 64 | 2 | | X | | | | | | Bråkform |
| 22 | 64 | 3 | | | | | X | X | | Bråkform |
| 23 | 64 | 4 | | | | | X | X | | Bråkform |
| 24 | 65 | 1 | | | X | X | | | | Bråkform |
| 25 | 65 | 2 | | | X | X | | | | Bråkform |
| 26 | 70 | 1 | | X | | | | | | Bråkform |
| 27 | 70 | 2 | | | | | X | X | | Bråkform |
| 28 | 70 | 3 | | | | | X | X | | Bråkform |
| 29 | 76 | 1 | | X | | | | | | Omvandla bråk och decimal |
| 30 | 76 | 2 | | | | | X | X | | Omvandla bråk och decimal |
| 31 | 90 | 1 | | X | | | | | | Negativa tal, tall- linje |
| 32 | 90 | 1 | | X | | | | | | Negativa tal, tall- linje |

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|--|---|---|---|---|---|------------------|-----------------------------------|
| 33 | 90 | 2 | | X | | | | | | Negativa tal, tallinje |
| 34 | 90 | 3 | | X | | | | | | Negativa tal, tallinje |
| 35 | 90 | 4 | | X | | | | | | Negativa tal, tallinje |
| 36 | 97 | 1 | | | | | X | X | | Koordinatsystem, proportionalitet |
| 37 | 97 | 2 | | | | | X | X | | Koordinatsystem, proportionalitet |
| 38 | 97 | 3 | | | | | X | X | | Koordinatsystem, proportionalitet |
| 39 | 102 | 1 | | X | | | | | | Proportionalitet |
| 40 | 102 | 2 | | X | | | | | | Proportionalitet |
| 41 | 116 | 1 | | | | | X | X | | Decimaltal |
| 42 | 116 | 2 | | | | | X | X | | Decimaltal |
| 43 | 116 | 3 | | | | | X | X | | Decimaltal |
| 44 | 122 | 1 | | | X | X | | | | Decimaltal, division |
| 45 | 122 | 2 | | | X | X | | | | Decimaltal, division |
| 46 | 124 | 52 | | | | | X | X | Formulera egna | Problemlösning |
| 47 | 124 | 53 | | | | | X | X | Formulera egna | Problemlösning |
| 48 | 124 | 54 | | | | | X | X | Formulera egna | Problemlösning |
| 49 | 124 | 55 | | | | | X | X | Formulera egna | Problemlösning |
| 50 | 125 | 56 | | | X | X | | | Arbeta baklänges | Problemlösning |
| 51 | 125 | 57 | | | X | X | | | Arbeta baklänges | Problemlösning |
| 52 | 125 | 58 | | | X | X | | | Arbeta baklänges | Problemlösning |
| 53 | 125 | 59 | | | X | X | | | Arbeta baklänges | Problemlösning |
| 54 | 126 | 60 | | X | | | | | Olika metoder | Problemlösning |
| 55 | 126 | 61 | | X | | | | | Olika metoder | Problemlösning |

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|----------------|---------------|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|---------------|----------------|
| 56 | 126 | 62 | | X | | | | | Olika metoder | Problemlösning |
| 57 | 126 | 63 | | | | | X | X | Olika metoder | Problemlösning |
| 58 | 127 | 64 | | | | | X | X | Olika metoder | Problemlösning |
| 59 | 127 | 65 | | | | | X | X | Olika metoder | Problemlösning |
| 60 | 127 | 66 | | X | | | | | Olika metoder | Problemlösning |
| 61 | 127 | 67 | | X | | | | | Olika metoder | Problemlösning |
| 62 | 127 | 68 | | | | | X | X | Olika metoder | Problemlösning |
| 63 | 127 | 69 | | | | | X | X | Olika metoder | Problemlösning |
| 64 | 128 | 1 | | | | | X | X | | Problemlösning |
| 65 | 128 | 2 | | X | | | | | | Problemlösning |
| 66 | 128 | 3 | | X | | | | | | Problemlösning |
| 67 | 128 | 4 | | | | | X | X | | Problemlösning |
| 68 | 128 | 5 | | | | | X | X | | Problemlösning |
| 69 | 129 | 1 | | | | | X | X | | Problemlösning |
| 70 | 132 | 83 | | X | | | | | träna mera | Problemlösning |
| 71 | 132 | 84 | | X | | | | | träna mera | Problemlösning |
| 72 | 132 | 85 | | X | | | | | träna mera | Problemlösning |
| 73 | 132 | 86 | | X | | | | | träna mera | Problemlösning |
| 74 | 132 | 87 | | | | | X | X | träna mera | Problemlösning |
| 75 | 132 | 88 | | X | | | | | träna mera | Problemlösning |
| 76 | 134 | 94 | | | | | X | X | Fördjupning | Problemlösning |
| 77 | 134 | 95 | | | | | X | X | Fördjupning | Problemlösning |
| 78 | 134 | 96 | | X | | | | | Fördjupning | Problemlösning |
| | | | | | | | | | | |
| | | Totalt: | (MR)=0 | (IR)=28 | (VR)=9 | (VR)=9 | (KR)=41 | (KR)=41 | | |

Bilaga 2. Matte Direkt Borgen 5A – resultatsammanfattning.

| Uppgift | Sida | Uppgift i boken | Analys-fråga 1 (MR) | Analys-fråga 2 (IR) | Analys-fråga 3 (VR) | Analys-fråga 4 (VR) | Analys-fråga 5 (KR) | Analys-fråga 6 (KR) | Övrigt | Kapitlets innehåll |
|---------|------|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--|--------------------|
| 1 | 16 | 57 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 2 | 16 | 58 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 3 | 16 | 59 | | | | | X | X | Går från linjärt till area | Problem-lösning |
| 4 | 16 | 60 | X | | | | | | Svaret är egentligen givet i uppgiften | Problem-lösning |
| 5 | 16 | 61 | | | | | X | X | Olika metoder | Problem-lösning |
| 6 | 17 | 62 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 7 | 17 | 63 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 8 | 17 | 64 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 9 | 17 | 65 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 10 | 17 | 66 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 11 | 17 | 67 | | | X | X | | | Olika metoder | Problem-lösning |
| 12 | 28 | 124 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 13 | 28 | 125 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 14 | 28 | 126 | X | | | | | | Repetition | Problem-lösning |
| 15 | 28 | 127 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 16 | 29 | 128 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 17 | 29 | 129 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 18 | 29 | 130 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 19 | 29 | 131 | | | X | X | | | Repetition | Problem-lösning |
| 20 | 38 | 1U | | | | | X | X | Svårtolkad | Stora tal |
| 21 | 38 | 2U | X | | | | | | | Stora tal |
| 22 | 38 | 3U | | X | X | X | | | | Stora tal |
| 23 | 38 | 4U | | X | X | X | | | | Stora tal |
| 24 | 39 | 5U | | | | | X | X | | Stora tal |
| 25 | 39 | 6U | | | | | X | X | | Stora tal |

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|--|---|--|--|---|---|------------|-----------------|
| 26 | 39 | 7U | | | | | X | X | | Stora tal |
| 27 | 39 | 8U | | | | | X | X | | Stora tal |
| 28 | 39 | 9U | | | | | X | X | | Stora tal |
| 29 | 66 | 1U | | X | | | | | | Geometri |
| 30 | 66 | 2U | | | | | X | X | | Geometri |
| 31 | 66 | 3U | | X | | | | | | Geometri |
| 32 | 66 | 4U | | | | | X | X | | Geometri |
| 33 | 67 | 5U | | | | | X | X | | Geometri |
| 34 | 67 | 6U | | | | | X | X | | Geometri |
| 35 | 67 | 7U | | | | | X | X | | Geometri |
| 36 | 67 | 8U | | | | | X | X | | Geometri |
| 37 | 96 | 1U | | | | | X | X | | Decimal- tal |
| 38 | 96 | 2U | | X | | | | | | Decimal- tal |
| 39 | 96 | 3U | | X | | | | | | Decimal- tal |
| 40 | 96 | 4U | | X | | | | | | Decimal- tal |
| 41 | 96 | 5U | | X | | | | | | Decimal- tal |
| 42 | 96 | 6U | | X | | | | | | Decimal- tal |
| 43 | 96 | 7U | | | | | | | Otydlig | Decimal- tal |
| 44 | 97 | 8U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 45 | 97 | 9U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 46 | 97 | 10U | | | | | X | X | | Vikt & Volym |
| 47 | 126 | 1U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 48 | 126 | 2U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 49 | 126 | 3U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 50 | 126 | 4U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 51 | 126 | 5U | | | | | X | X | | Vikt & Volym |
| 52 | 127 | 6U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 53 | 127 | 7U | | | | | X | X | | Vikt & Volym |
| 54 | 127 | 8U | | X | | | | | | Vikt & Volym |
| 55 | 127 | 9U | | | | | X | X | Svårtolkad | Vikt & Volym |

| | | | | | | | | | | |
|----|-----|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|------------------------|
| 56 | 127 | 10U | X | | | | | | | Vikt & Volym |
| 57 | 127 | 11U | | | | | X | X | | Vikt & Volym |
| 58 | 152 | 1U | | | | | X | X | | Diagram, medelvärde |
| 59 | 152 | 2U | | X | X | X | | | Handlar enbart om att läsa av | Diagram, medelvärde |
| 60 | 153 | 3U | | X | X | X | | | Handlar enbart om att läsa av | Diagram, medelvärde |
| 61 | 153 | 4U | | X | X | X | | | Handlar enbart om att läsa av | Diagram, medelvärde |
| 62 | 154 | 6 - Repetition | | | X | X | | | | Repetition från Kap. 1 |
| 63 | 154 | 7 - Repetition | | | X | X | | | | Repetition från Kap. 1 |
| | | Totalt: | (MR)=4 | (IR)=20 | (VR)=22 | (VR)=22 | (KR)=21 | (KR)=21 | | |